This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**A propos de ce livre**

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

**Consignes d'utilisation**

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

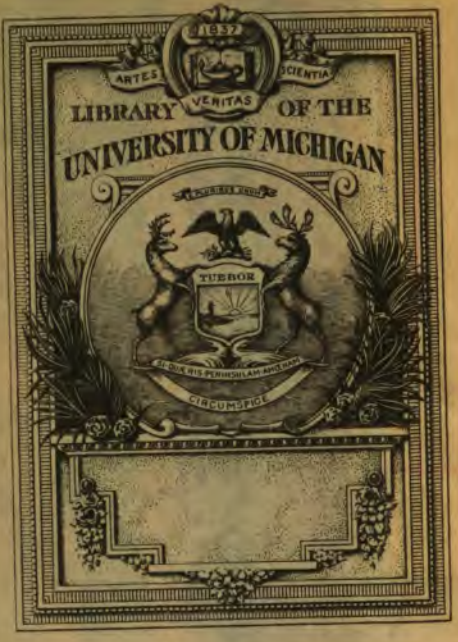
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

**À propos du service Google Recherche de Livres**

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

Exemplaire du célèbre géographe d'anville.
Ye. 2 8 2
Catal. Chinois.
QC
73
.M31
1741

# DISSERTATION
## SUR
# L'ESTIMATION
## ET LA MESURE
## DES
# *FORCES MOTRICES*
## DES CORPS.

Jean Jacques Dortous 1678-1771

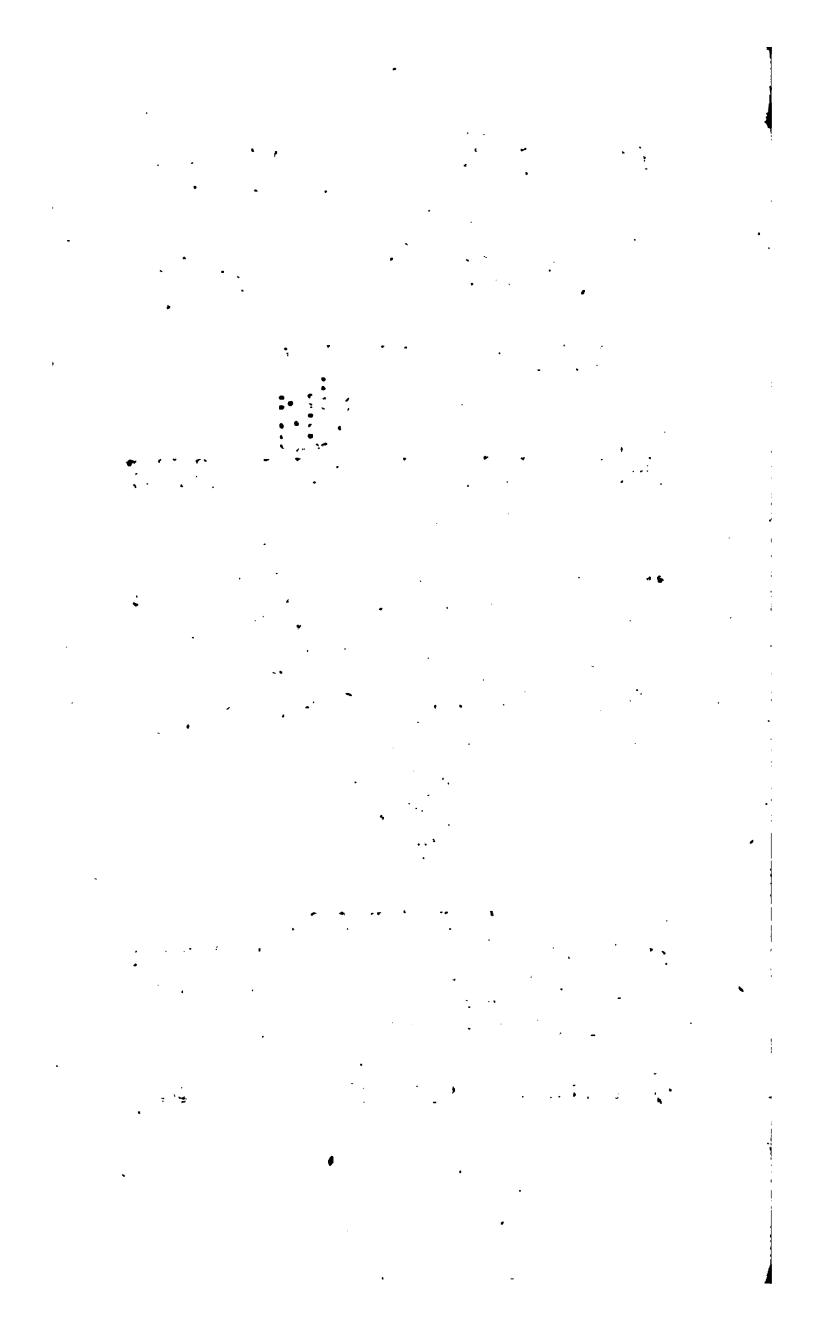
*Par M.* DE MAIRAN, *Secretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences, &c.*

NOUVELLE EDITION.

BIBLIOTHÈQUE DE M. D'HAUTECLAIR A ALENÇON

*A PARIS*,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.
*AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.*



Library com.
Perelle
5-22-24
9149



# AVERTISSEMENT DU LIBRAIRE.

11-11-35. MRT.

*CETTE Dissertation a été réimprimée par les soins de M. l'Abbé Deidier, & avec le consentement de M. de Mairan, telle qu'on la trouve dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences année 1728. On en verra les raisons à la tête d'une nouvelle Dissertation de M. l'Abbé Deidier sur la même matiere, qui doit paroître avec celle-ci; ces deux Ouvra-*

*ges ſe vendront enſemble, ou ſéparément, au choix de l'acheteur.*

# DISSERTATION
## SUR
# L'ESTIMATION
## ET LA MESURE
## DES
# *FORCES MOTRICES*
## DES CORPS.

IL ſemble que la Phyſique ne ſçauroit ſi peu ſe mêler aux Mathematiques, qu'elle n'y porte le doute & l'incertitude qui lui ſont propres. La meſure des *Forces Motrices* des corps eſt ſans doute une Queſtion des plus importantes, & l'un des premiers principes ſur quoi roule

Lû à l'Académie le 14e Avril 1728.

toute la Théorie du Mouvement ; & des Mechaniques. On ſçait cependant combien les plus grands Geometres ſe trouvent aujourd'huy partagés ſur cette matiere : les uns faiſant la Force toûjours proportionnelle à la vîteſſe du corps en mouvement, & les autres au quarré de cette même vîteſſe. J'avoue que ni la diverſité de leurs ſentimens ſoutenus de part & d'autre avec beaucoup de ſçavoir, ni la difficulté de la Queſtion, ne m'ont point découragé, & qu'au contraire, plus ſenſible, à l'eſperance de réüſſir, qu'à la honte de ſuccomber après eux, j'ai voulu tâcher enfin de ſçavoir par moi-même à quoi m'en tenir ſur le ſujet de leurs diſputes. J'y ai donc medité avec toute l'attention dont je ſuis capable, & j'y ai medité long-temps avant que de prendre la plume. C'eſt aux perſonnes qui me font l'honneur de m'écouter à juger du ſuccès de cette recherche. Je vais les conduire par le même chemin que j'ai tenu, & leur donner mes réflexions dans l'ordre à

peu près qu'elles ſe ſont préſentées à mon eſprit.

## I.

### *Ce qu'on entend ici par* Force, *&* Mouvement ; *& de la meſure de la Force dans les Mouvemens uniformes.*

1. Je ne pretens point traiter en Metaphyſicien de la Force des corps, ni examiner, ſi nous en avons une idée claire & parfaite, ou une idée confuſe & imparfaite. C'eſt principalement de l'uſage qu'en ont fait les Geometres dans la Mechanique, & des effets ſenſibles qu'on lui attribuë, que je tire l'idée de la Force ſur laquelle je vais raiſonner.

2. L'effet le plus univerſellement reconnu de la Force, en tant qu'appliquée aux corps, ou en tant qu'on imagine qu'elle y reſide après y avoir été appliquée, c'eſt le Mouvement ; autre eſpece d'Etre dont j'écarte encore toute notion Metaphyſique, &

arbitraire, pour m'arrêter d'abord uniquement à celle qui fait l'objet des Geometres, & la matiere de leurs calculs. Force, & Mouvement ne ſont ici que des grandeurs ſuſceptibles de plus & de moins, & par là toûjours relatives à quelque terme, qui leur doit ſervir de commune meſure.

3. La Force appliquée à un corps que rien n'empêche de ſe mouvoir, y produit donc du Mouvement, ou, ce qui eſt la même choſe, de ce que je conçois un corps en Mouvement, je conçois une Force qui le fait mouvoir. Ce Mouvement peut, comme on ſçait, être uniforme, ou non uniforme, c'eſt-à-dire, acceleré ou retardé. Comme uniforme il ne ſçauroit jamais nous indiquer d'autre meſure de la Force qui le produit, que la ſimple vîteſſe du Mobile multipliée par ſa maſſe. Car par où meſurer une Force, ſi ce n'eſt par ſes effets? mais ſes effets ne ſont ici que des eſpaces égaux parcourus en temps égaux, ſelon la proprieté des

Mouvemens uniformes, & la vîteſſe elle-même, n'eſt autre choſe que l'eſpace diviſé par le temps. Donc en deux Mobiles égaux *A*, & *B*, mus uniformément avec des Forces inégales, on ne peut aſſigner d'autre rapport à ces Forces entre elles, que celui des eſpaces parcourus par les deux Mobiles en temps égaux, ou ce qui eſt la même choſe, que celui de leurs vîteſſes. Les Mouvemens uniformes, tant qu'ils demeurent tels, & que la Force qui les produit ne s'éxerce contre aucun obſtacle, nous donnant donc toûjours cette Force en raiſon de la ſimple vîteſſe, ils ne ſçauroient ſervir à decider la queſtion dont il s'agit, ou plûtôt il eſt clair qu'ils la decideroient abſolument en faveur de l'opinion commune.

4. Comme la quantité de Mouvement n'a de même d'autre meſure que l'eſpace diviſé par le temps, il n'eſt pas moins certain que dans les Mouvemens uniformes, on aura toûjours ces trois choſes proportionnel-

les, Forces, Vîteſſes, & Mouvement.

5. Cependant on pourroit concevoir la quantité de Mouvement d'une autre maniere, qui ne differe pas beaucoup de celle qu'on employe à la meſure des Forces, dans l'hypotheſe qui les fait proportionnelles aux quarrés de vîteſſes. Sçavoir, en la faiſant tantôt plus petite, & tantôt plus grande, ſans rien changer à la valeur de la Force Motrice, & en imaginant ſeulement que cette Force eſt appliquée plus ou moins de temps au Mobile avant la rencontre de quelque obſtacle qui l'arrête. Par exemple, ſi deux corps *A*, & *B*, de même maſſe, ſe meuvent uniformément avec la même Force, & avec la même vîteſſe, mais avec cette difference que l'un ne ſe meut qu'une heure, & que l'autre ſe meut deux heures; on pourra dire, en un ſens, qu'ils ont eu deux quantités différentes de Mouvement, & en raiſon de 1 à 2.

6. Mais on voit bien que cette expreſſion de la quantité de Mouve-

ment en un, ou en deux Mobiles, ne ſçauroit nous donner aucune idée de la Force Motrice primitive, & ne nous indique que ſa durée différente dans le même Mobile, ou dans les deux. Ou, ſi elle nous peut donner la valeur de la Force, ce ne ſera jamais que l'égalité, ou la même valeur; puiſque, par hypotheſe, elle n'eſt pas différente; quoiqu'il y ait eu, en un ſens, deux différentes quantités de Mouvement dans la Nature. C'eſt que lorſqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement; & l'on ne ſçauroit trop inſiſter ici ſur cette conſideration, toute ſimple qu'elle eſt; c'eſt dis-je, que lorſqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement, & de la quantité de ce Mouvement, on ne prétend parler que de ce qu'il a de Force, ou de Mouvement dans un temps actuel quelconque, & indépendamment de la durée de cette Force, & de ce Mouvement avant ou après le temps qu'on a fixé pour les conſiderer. C'eſt du fonds de cette idée, ou de cette eſpe-

ce de convention tacite que ſont priſes les Formules ordinaires des Mouvemens. Car toute comparaiſon ſuppoſe une commune meſure. Lorſqu'il s'agit de ſçavoir quel eſt le rapport de deux Forces ou de deux quantités de Mouvement, il faut neceſſairement ſuppoſer égaux, ou les eſpaces, ou le temps, ou un rapport conſtant entre les eſpaces, ou entre les temps, qui revient au même que l'égalité. C'eſt par là que deux toiſes parcouruës en deux ſecondes donnent la même quantité de Mouvement, & la même Force, qu'une toiſe parcouruë en une ſeconde. Sans cela l'eſpace parcouru plus ou moins grand n'eſt que l'effet, où la ſomme de toutes les Forces, & de toutes les vîteſſes ajoûtées l'une à l'autre d'inſtant en inſtant, ou plûtôt de la même Force, ou de la même vîteſſe primitive ajoûtée à elle-même, & repetée autant de fois qu'on voudra imaginer d'inſtans. En un mot la circonſtance, & la limitation commune du temps ſont abſolument neceſ-

ſaires pour ſe faire une idée diſtincte, & numerique de ces grandeurs ; & toute autre maniere de les conſiderer ſort de l'hypotheſe, ne nous apprend rien, & ne ſert qu'à embarraſſer la matiere.

7. Le choc des corps infiniment durs & infléxibles n'apporte aucun changement à l'évaluation des Forces Motrices que fournit le Mouvement uniforme ; parce que ce choc, & la communication de Mouvement qui en reſulte, ſont inſtantanées, & par là ne détruiſent point, ou ne ſuſpendent pas même l'uniformité du Mouvement. Ils ne font qu'en changer la vîteſſe après le choc, en répandant, comme on ſçait, la même Force ſur une plus grande maſſe, ou ſur un plus grand nombre de maſſes, ſçavoir ſur celle du Mobile, & ſur celles des corps de même Nature, qu'il rencontre ſur ſon chemin, & avec leſquels il continuë de ſe mouvoir uniformément, mais avec une moindre vîteſſe en raiſon inverſe des maſſes. Auſſi les Autheurs les plus celebres qui ont

écrit de l'Eſtimation des Forces contre l'opinion commune de leur proportionnalité avec les vîteſſes, ont-ils abſolument refuſé de raiſonner ſur la communication du Mouvement entre des corps ſuppoſés infiniment durs & infléxibles, ou ils ont été contraints, quand ils en ont admis l'hypotheſe, d'en déduire les mêmes Regles de Mouvement, & la même Eſtimation de Forces que dans l'opinion commune.

Nous voilà donc juſqu'à préſent conduits par les principes les moins conteſtés, & par l'Analyſe la plus ſimple à l'Eſtimation des Forces Motrices des corps en raiſon de vîteſſes. Voyons ce que ces mêmes principes, & une ſemblable methode nous donneront dans les Mouvemens retardés & accelerés, & dans le choc des corps mous, fléxibles, ou à reſſort.

## II.

### *De la meſure des Forces dans les Mouvemens retardés ou accelerés. Raiſons de douter, difficultés & experiences en faveur de l'opinion de* Forces Vives.

8. Sans éxaminer ſi l'on eſt fondé à refuſer dans la queſtion des Forces, d'admettre du moins par voye d'hypotheſe, le choc des corps infiniment durs, & les conſéquences qui s'en déduiſent, nous conviendrons que ces corps, non plus que le Mouvement parfaitement uniforme, & le milieu ſans reſiſtance ou le vuide abſolu dans lequel on les imagine, ne repréſentent point la Nature telle qu'elle eſt, qu'ils n'éxiſtent pas, ou ne peuvent peut-être pas même éxiſter : c'eſt une pure fiction. La communication ſubite & inſtantanée, qui en eſt une ſuite, n'éxiſte pas davantage. Il y a dans la plûpart des

corps une proprieté, qui eſt ce qu'on appelle le reſſort ou la vertu élaſtique, qui agit par la compreſſion, & par la reſtitution de leurs parties déplacées par le choc, & qui n'agit que dans un temps fini, & par une ſuite d'impulſions ou d'impreſſions ſucceſſives. Or quelque penchant que nous ayons à croire toûjours la conduite de la Nature uniforme, quelque apparence qu'il y ait que les ſuppoſitions, & les abſtractions précédentes ne changent rien à l'Analogie qui doit regner dans ſes effets, & qu'elles ne ſont au contraire qu'en rendre l'éxamen plus ſimple, & plus ſûr, nous devons cependant nous arrêter ici, & voir ſi la Force réellement éxercée par la colliſion mutuelle des corps les uns contre les autres, ne nous découvre point en elle quelque degré d'activité, que nous n'y avons point apperçû, qui y étoit caché, ou qui ne pouvoit entrer dans l'hypotheſe feinte des corps infléxibles. Je puis donc douter ſi les Forces Motrices des corps ſont comme les vîteſ-

ſes

ſes ſimplement, ou comme quelque puiſſance ou quelque fonction des vîteſſes, & je dois d'ailleurs en douter, ſçachant que des Geometres du premier ordre ſoutiennent qu'elles ſont comme les quarrés des vîteſſes.

9. Ces Geometres ont donc diſtingué deux ſortes de Forces dans les corps, & ils les ont appellées *Forces Mortes*, & *Forces Vives*. Voici l'idée qu'ils nous en donnent. La Force Morte eſt celle que reçoit un corps ſans Mouvement, lorſqu'il eſt ſollicité & preſſé de ſe mouvoir, ou de ſe mouvoir plus ou moins vîte, lorſqu'il eſt déja en Mouvement; c'eſt un ſimple effort, qui ſubſiſte malgré l'obſtacle étranger qui l'empêche à tout moment de produire un Mouvement local dans les corps ſur leſquels il ſe deploye. Tel eſt par exemple, l'effort inſtantané de la Peſanteur. Un corps peſant ſoutenu par une table horiſontale fait un effort continuel pour deſcendre, & il deſcendroit effectivement, ſi la table ne lui oppoſoit un obſtacle qui le re-

tient. Ainſi la Peſanteur produit une *Force Morte* dans les corps, dont l'effet n'eſt que momentané. Il en eſt de même du choc, ou plûtôt de la preſſion de tout fluide, qui pouſſe une ſurface qui lui reſiſte. Or la Nature ou la quantité de la Force Morte eſt, dit-on, la ſimple vîteſſe multipliée par la maſſe.

10. La *Force Vive*, au contraire eſt celle qui réſide dans un corps lorſqu'il eſt dans un Mouvement actuel. C'eſt cette Force qu'on fait proportionnelle au quarré de la vîteſſe. Mais il faut que la Force Vive ſoit actuellement éxercée dans la communication du Mouvement, & pendant un temps fini pour ſe manifeſter, & pour ſe montrer proportionnelle au quarré de la vîteſſe. Elle devient par là toute différente de la Force Morte, &, en un ſens, de celle que nous avons conſiderée dans le choc des corps infiniment durs. Elle ne peut ni naître ni périr en un inſtant, il faut plus ou moins de temps pour la produire, ou pour la détruire dans un

corps ; car il eſt évident que nul choc, nulle communication de Mouvement n'eſt inſtantanée ; & c'eſt dans cette production & cette perte reciproques & ſucceſſives de Forces ; que conſiſte le choc, & la communication du Mouvement dans la Nature.

Nous admettons cette Théorie ſans admettre la conſéquence qu'on en tire ſur la meſure des Forces, ou plûtôt, nous ſuſpendrons d'abord notre jugement pour l'éxaminer. Cependant nous ne nous ſervirons du nom de *Forces Vives*, dans la ſuite de ce Memoire, que pour déſigner cette opinion, qui fait les Forces Motrices des corps proportionnelles aux quarrés de leurs vîteſſes.

11. Puiſque c'eſt à la conſideration de la Nature telle qu'elle eſt réellement, ou qu'elle nous paroît dans ſes Phénomenes, qu'on doit l'idée des Forces Vives, c'eſt aux expériences à juſtifier les Forces Vives. La premiere expérience qui y ait donné lieu, & la ſeule ſur laquelle ſemble

ſe fonder *M. Leibnits*, inventeur de ces Forces, eſt priſe de l'effet le plus commun, & le plus généralement reçu des Mouvemens accelerés, ou retardés; & il eſt vrai que bien entenduë, elle ſuffit, & eſt équivalente à toutes les autres. Tout corps qui tombe, acquiert en tombant des degrés de vîteſſe, qui ſont comme les temps, tandis que les hauteurs ou les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des temps, & des vîteſſes. Si l'on conſidere ce corps en un inſtant quelconque de ſa chûte, & qu'on ſuppoſe qu'il ſoit repouſſé en enhaut avec la Force acquiſe, & la vîteſſe actuelle qu'il a dans cet inſtant, il eſt évident, & perſonne n'en diſconvient, qu'il remontera à la même hauteur d'où il avoit commencé de deſcendre, & dans un temps égal à celui qu'il avoit employé à deſcendre; & tout cela en vertu d'une certaine Force qui lui eſt imprimée. Or quelle meſure plus naturelle pourroit-on aſſigner de la quantité de cette Force, que l'eſpace qu'elle eſt ca-

pable de faire parcourir au corps ſur lequel elle ſe deploye ? Mais cet eſpace eſt comme le quarré de la vîteſſe, il eſt quadruple par rapport à un autre, tandis que la vîteſſe n'eſt que double. Donc, conclud-on, les Forces qui reſident dans les corps en Mouvement, ſont comme les quarrés de leurs vîteſſes.

12. Les déplacemens de matiere, les enfoncemens, les applatiſſemens de parties faits dans les corps mous, en vertu de la Force, & de la vîteſſe du Mobile acquiſe en tombant, gardent encore la même Analogie. On prend des boules de même groſſeur, & de différent poids. On les laiſſe tomber ſur de l'argile ou ſur du ſuif, de différentes hauteurs, qui ſont entre elles comme leurs poids, & les boules font toûjours ſur l'argile des impreſſions & des enfoncemens parfaitement égaux. Leurs maſſes multipliées par leurs vîteſſes, qui ne ſont que les racines des hauteurs, ne donneroient pas cependant des produits égaux. Il faut donc multiplier leurs

maſſes par leurs hauteurs, ou par les quarrés de leurs vîteſſes, pour avoir des produits égaux, comme ces enfoncemens & ces déplacemens de matiere. D'où l'on conclut que les Forces qui les produiſent ſont entre elles comme les quarrés des vîteſſes. Ce ſera la même choſe ſi l'on ſe ſert d'une ſeule boule; on aura des enfoncemens inégaux en raiſon des hauteurs ou des quarrés des vîteſſes acquiſes.

13. Le même effet doit encore ſe montrer dans le choc des corps élaſtiques, l'applatiſſement de leurs fibres ou de leurs reſſorts, en vertu du choc occaſionné par leur chûte de différentes hauteurs, doit ſuivre le même rapport des hauteurs, ou des quarrés des vîteſſes acquiſes en tombant de ces hauteurs; & c'eſt ce qui arrive en effet, & qu'on éprouve en laiſſant tomber une boule d'ivoire, ou d'acier ſur une table de marbre couverte d'un peu de pouſſiere, ou enduite d'une legere couche de cire, ou de ſuif. Car les impreſſions faites

ſur cette table ſeront toûjours, ou égales, ſi les hauteurs des chûtes ſont réciproquement comme les peſanteurs des différentes boules, ou inégales en raiſon des hauteurs ou des quarrés de la vîteſſe, ſi l'on n'y employe que la même boule. Il n'eſt pas queſtion de revoquer ici en doute aucun de ces faits, nous les tenons de perſonnes auſſi intelligentes, que pratiques à réduire en expériences la Phyſique la plus delicate. * Et je montrerai d'ailleurs qu'ils ſont une ſuite néceſſaire de la Théorie des Forces la plus inconteſtable. Voyons préſentement ſi la concluſion qu'on en tire en faveur des Forces Vives coule de la même ſource, & ſi nous devons l'admettre.

* *Polenus*, de Caſtellis per quæ, &c. N. 115. 116. &c. *'sGravesande.* Eſſai d'une nouvelle Théorie ſur le choc des corps. N. 36. &c. Dans le Journ. Litter. de la Haye. Tome 12.

## III.

### *Réponſe aux difficultés, & aux expériences qui paroiſſent favorables aux Forces Vives.*

14. Si un corps de même maſſe qu'un autre, & avec deux dégrés de vîteſſe, eſt en état de remonter à une hauteur quadruple de celle où remonteroit celui qui n'a qu'un degré de vîteſſe, ou de déplacer par ſon choc quatre fois plus de matière; ne faut-il pas conclure que ſa Force eſt quadruple de celle de l'autre, ou en raiſon du quarré de la vîteſſe? les effets ne ſont-ils pas toûjours proportionnels à leurs cauſes, & y a-t-il ici d'autre cauſe de l'aſcenſion du corps, ou du déplacement de parties, qu'il produit par ſon impétuoſité & par ſon choc, que la Force qui lui eſt imprimée, celle-là même qui s'y conſume? oüi ſans doute, il n'y a point ici d'autre cauſe de tout ce que fait

fait le corps en Mouvement, que la Force qui lui procure le Mouvement. Il n'eſt pas moins vrai auſſi que ces effets doivent être proportionnels à leur cauſe. Mais n'oublions pas en même-temps le grand principe, que qui dit proportion ſous-entend commune meſure. Cette commune meſure eſt le temps ; du moins puis-je prendre le temps, ou des temps égaux, pour terme de la commune meſure des deux Forces que je compare. Or cela poſé, je ne trouve dans les effets du corps qui a deux fois plus de vîteſſe, qu'un effet double, & non quadruple, un double eſpace parcouru, & un double déplacement de matiere en des temps égaux. D'où je conclus par le principe même de la proportionnalité des effets avec leurs cauſes, que la Force Motrice n'eſt que double & non quadruple, comme la ſimple vîteſſe, & non comme le quarré de la vîteſſe.

15. Que l'effet total ne ſoit quadruple qu'en un temps double, c'eſt ce qui ne ſouffre aucune difficulté à

l'égard de l'eſpace parcouru, où du corps qui tombe, & qui a acquis par ſa chûte deux dégrés de vîteſſe, ou qui remonte par la même vîteſſe acquiſe. Pour s'en convaincre plus parfaitement, il n'y a qu'à réduire le Mouvement acceleré en uniforme, comme a fait M. de *Fontenelle* d'après M. le Chevalier de *Louville*, dans l'Hiſtoire de l'Académie 1721. * car comme on ſçait que les eſpaces parcourus uniformément, en vertu de la vîteſſe acquiſe par l'acceleration, ſeroient doubles de ceux que l'acceleration avoit fait parcourir, il ſuit que le corps qui remonte avec 1 de vîteſſe pendant 1 ſeconde, par exemple, & qui ne parcourt que 1 toiſe à cauſe du retardement, en parcourroit 2, ſi ſon Mouvement avoit été d'abord uniforme; & que le même corps pouſſé avec 2 de vîteſſe, & qui par là auroit parcouru 4 toiſes en 1 ſeconde, en parcourra 8 en 2 ſecondes, en vertu de la même vîteſſe, & du Mouvement uniforme. D'où il ſuit qu'en comparant les deux Mou-

* pag. 83.

vemens en des temps égaux, on ne trouve dans chaque seconde que 2 toises parcourues par le corps qui avoit 1 dégré de vîtesse, & 4 toises par le corps qui en avoit 2 dégrés. Ainsi les Forces Motrices dont la quantité seroit mesurée par la longueur de ces espaces, ne peuvent être entre elles que comme leurs racines, ou comme les simples vîtesses.

16. Cette reduction du Mouvement accelerè en uniforme fait voir leur analogie, & ne peut apporter ici aucune erreur. Elle ne peut rien changer à la quantité de Force qui réside dans un corps à l'instant où il va se mouvoir, quel que doive être ce Mouvement, ou retardé ou uniforme. Car en imaginant la Force Motrice toûjours la même, il ne s'agit pour rendre uniforme le Mouvement qu'elle alloit produire, ou que l'on considere dans cet instant, que d'ôter les résistances, les impulsions de la pesanteur, par exemple, ou les obstacles quelconques, qui pouvoient l'arrêter sur son chemin, ou

la conſumer peu à peu. Comme au contraire pour rendre ce Mouvement retardé d'uniforme qu'il alloit être, il ne faut qu'y introduire ces mêmes obſtacles ou réſiſtances. Ce qui eſt tout-à-fait étranger à la force que l'on cherche à connoître, & ne ſçauroit par conſéquent rien ôter ni ajoûter à la meſure de ſa quantité conſiderée en elle-même.

17. Il ne faut qu'un peu d'attention pour voir que tout ce qui vient d'être dit des eſpaces parcourus en raiſon des quarrés de la vîteſſe acquiſe, eſt applicable aux déplacemens de matiere, aux enfoncemens, & aux applatiſſemens, qui ſuivent le rapport des mêmes quarrés, & qui ſont le ſujet des expériences des N°. 12. & 13. Car il eſt évident que la vîteſſe acquiſe par la chûte, & éteinte enſuite peu à peu par les reſiſtances ſucceſſives des parties de l'argile, ou des fibres élaſtiques du corps à reſſort, à meſure que le Mobile déplace les unes & les autres, ou qu'il en change la figure, il eſt, dis-je, évi-

dent, que tout cela ſe doit faire par des dégrés tout-à-fait analogues à ceux de l'accélération, ou du retardement; que la vîteſſe double, par exemple, doit être deux fois plus de temps à périr que la vîteſſe ſimple, & que, puiſque en qualité de vîteſſe double, elle doit agir doublement à chaque moment, ſon effet doit être quadruple en un temps double. Et il faut prendre garde, que ſi ces mêmes parties de l'argile, ou ces mêmes fibres élaſtiques enfoncées, ou applaties reprenoient leur place, ou leurs figures, avec les mêmes vîteſſes qui les en a tirées, & que de paſſives qu'elles étoient, elles devinſſent actives à l'égard du même Mobile, il n'y a pas de doute qu'elles ne le repouſſaſſent à la même hauteur & au même point d'où il étoit tombé. De ſorte que ſi l'on imagine une ligne *AB*, menée du premier point, *A*, de la chûte, juſqu'à celui où cette chûte & le Mouvement du corps ſe termine dans l'argile *IRG*, après le dernier enfoncement *B*, cette ligne *Fig. 8*

Fig. I. ſe trouvera partagée par le premier point du contact *T*, ou par la ſurface *IR*, de l'argile, en raiſon réciproque des réſiſtances, ou des accelerations éprouvées de part & d'autre du point *T*, ou de la ſurface *IR*. Sçavoir dans l'air *TA*, en vertu des impulſions de la Peſanteur (faiſant abſtraction de ſa réſiſtance particuliere en qualité de fluide) & dans l'argile *TB*, en vertu de ſa maſſe, de ſa ténacité, & de l'Inertie de ſes parties. Ce point *T*, ſera le *Maximum*, ou le terme des plus grandes vîteſſes acquiſes du Mobile, ſoit en tombant du point *A*, ſoit en étant repouſſé du point *B*, par les parties de l'argile, qui reprennent leur place; après quoi le Mouvement eſt toûjours retardé, ſoit en allant de *T*, vers *A*, ſoit en allant de *T*, vers *B*.

18. C'eſt la même choſe à l'égard des applatiſſemens des boules à reſſort, qu'on laiſſe tomber ſur une table de marbre, leur vîteſſe eſt accelerée depuis le commencement de leur chûte juſqu'au point du contact

de la table, après lequel leur centre s'approche de la ſurface de cette table, en diminuant toûjours de vîteſſe, & il en eſt enfin repouſſé en paſſant par les mêmes dégrés en ordre renverſé, ou par une acceleration toute ſemblable : ainſi que je l'ai montré ailleurs plus en détail *. Il faut ſeulement ſe ſouvenir dans toutes ces éxpériences, qu'on y ſuppoſe la ténacité de l'argile, & la roideur des fibres élaſtiques aſſez grandes pour ne ceder ſenſiblement qu'au choc, & point du tout à la Peſanteur des boules qu'on y employe, ſi elles étoient denuées de toute vîteſſe : Sans quoi la concluſion qu'on en tire en faveur des Forces Vives ne ſeroit pas éxacte.

* Rech. Phyſicomath. ſur la Réflexion des corps. art. IV. pp. 14. 15. & 16. Mém. de 1722.

19. L'Analogie ſuffit ſeule pour faire voir que la Force double, par éxemple, en conſéquence d'une double vîteſſe, doit être deux fois plus de temps à périr que la ſimple, de part & d'autre du point *T*, du contact de l'argile, ou de la table, & que les temps étant proportionnels

aux vîteſſes acquiſes, ou perduës, depuis la chûte juſqu'à ce point, ils doivent l'être de même depuis ce point juſqu'au dernier enfoncement, ou à la derniere contraction du reſſort. Mais c'eſt ce que je démontrerai encore bientôt *à priori*. Cependant il eſt clair, cela poſé, que les expériences dont il s'agit, ne donnent rien juſques là que de très-conforme à la Théorie ordinaire des Forces, & du Mouvement, ſçavoir des effets doubles en des temps égaux, & des effets quadruples en des temps doubles, lorſque la vîteſſe eſt double : en un mot des effets proportionnels aux vîteſſes, & non aux quarrés des vîteſſes. Et il n'en faudroit pas davantage, je le dirai ici en paſſant, pour mettre *Deſcartes*, & les *Carteſiens* à couvert du reproche d'erreur que leur fait l'illuſtre Autheur des Forces Vives, dans l'ouvrage où il en a donné la premiere idée, & où il prétend montrer combien il eſt contradictoire de faire la Force Motrice équivalente à la quantité de Mouve-

ment ; & d'en conclure comme *Descartes*, que Dieu conserve toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature. Car soit qu'il y ait, ou qu'il n'y ait pas toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature, il est certain par tout ce que nous venons de remarquer, & à en juger par les effets mêmes, qu'on n'y sçauroit assigner aucun temps, où la Force Motrice ne soit pas proportionnelle au Mouvement ; puisqu'à chaque instant donné, elle l'est à la vîtesse, & non au quarré de la vîtesse.

## IV.

### *Nouvelles difficultés, & instance pour les Forces Vives.*

20. Mais nous ne nous en tiendrons pas à cette réponse contre les Forces Vives, & sur les expériences précédentes. Quelque solide que cette réponse puisse être par voye d'exception ; elle nous paroît insuffisan-

te pour lever la difficulté, ou pour éclairer entierement l'esprit sur cette matiere. Car enfin, pourra-t-on ajoûter, qu'importe que l'espace parcouru, la quantité de matiere déplacée, les ressorts applatis, & tous les effets produits par une Force, le soient en un, ou en deux temps? N'est-elle pas toûjours proportionnelle aux effets qu'elle est capable de produire en ces temps quelconques? Et si ces effets sont comme les quarrés de la vîtesse, la Force n'est-elle pas en même raison? N'est-ce pas en vertu de sa Force qu'un corps qui parcourt deux toises, par exemple, en un temps, par rapport à un autre qui n'en parcourt qu'une, ne cesse aussi d'agir, de se mouvoir, ou de déplacer la matiere qui s'oppose à son Mouvement, qu'en deux fois autant de temps? Et si l'effet total qui résulte de cette double circonstance, si cette double cause d'activité, qui est certainement contenuë dans la Force, est quadruple, ne faut-il pas conclure que la Force productrice devoit être qua-

druple ? Il n'en eſt pas ici comme du Mouvement uniforme ( N°. 5. & 6. ) & nous ne ſçaurions dire que la ſucceſſion des inſtans, ou des eſpaces parcourus, ne change rien à la Force actuelle qui tient le corps en Mouvement, & qui l'y tiendroit une Eternité, ſans rien perdre ni acquerir, ſi quelque cauſe étrangere ne la venoit modifier ou détruire. Ce qui ôte l'uniformité du Mouvement, dans le Mouvement retardé, diminuë d'autant la Force qui le produit, & la conſume enfin toute entiere. Il faut donc tenir compte à la Force de ce plus de durée du Mouvement, qu'elle procure au corps dans lequel elle réſide. Ainſi il eſt évident qu'elle doit être d'autant plus grande qu'elle eſt capable d'agir plus long-temps avec une plus grande vîteſſe. Elle eſt donc en raiſon compoſée de la vîteſſe, & du temps. Mais les temps ſont ici comme les vîteſſes ; donc les Forces Motrices ſeront entre elles comme les quarrés des temps, ou comme les quarrés des vîteſſes.

## V.

### *Réponſe à l'inſtance ; Raiſons de douter, difficultés, & expériences contre les Forces Vives.*

21. Voilà ſans doute le fort de la difficulté, & la ſource du mal entendu, s'il y en a ſur cette matiere. Je ſuſpens donc encore mon jugement, & je remarque 1°. Qu'il ſeroit bien extraordinaire qu'une Analyſe auſſi ſimple, & des principes auſſi clairs que ceux que nous avons employés juſqu'ici nous euſſent conduits à faire la Force toûjours proportionnelle à la quantité de Mouvement, ou à la viteſſe dans les Mouvemens uniformes, & dans les retardés, ou accelerés réduits en uniformes, & que cependant en vertu de ſa durée, & d'une ſeconde de plus, par exemple, cela ceſſât d'être, & qu'il fallût changer la quantité qu'on lui a aſſignée, & qu'on lui a dû aſſigner dans la premiere ſecon-

de. Il eſt inutile d'alleguer, comme on a fait ſouvent ſur cette matiere, qu'il faut quatre fois plus de Force à un homme pour porter le même fardeau quatre lieuës, que pour le porter une lieuë. Il eſt vrai qu'il y emploie, & qu'il y dépenſe, pour ainſi dire, quatre fois plus de Force: mais la Force qu'il emploie à la quatriéme lieuë, & à la quatriéme heure, par éxemple, ne différe pas en quantité de celle qu'il avoit à la premiere lieuë, & à la premiere heure. Il ne s'enſuit pas encore, qu'il eût pû porter un fardeau quatre fois plus grand à la premiere lieuë, & pendant la premiere heure. C'eſt qu'il n'eſt pas toûjours poſſible d'éxercer, ni même d'avoir en ſoi, dans un certain temps, la Force qui ſe déploye ſucceſſivement en pluſieurs temps, & qu'il ſe mêle ici mille circonſtances Phyſiques, qui ne permettent pas d'en faire la comparaiſon avec la Force des Mobiles inanimés. Avoir quatre fois la même Force conſécutivement, n'eſt pas la même choſe,

qu'avoir quatre fois autant de Force en un même instant. Ce n'est pas en vertu d'une impétuosité qui lui est imprimée au commencement de sa marche, qu'un Animal porte un fardeau pendant un certain temps, & il ne diminuë pas, ou n'augmente pas de vîtesse dans la raison des Mouvemens retardés ou accelerés ; il tient plus du Mouvement uniforme, & aussi les ressources de la respiration, & des alimens peuvent être à son égard, ce qu'est à l'égard des Mouvemens uniformes, l'application continuë de la même Force, qui n'a pas d'autre mesure (N°. 6.) à un certain temps, ni à un certain point de l'espace parcouru, qu'à un autre. Au lieu que la Force imprimée à un corps par le choc diminuë toûjours, en s'exerçant sur un autre par un semblable choc, parce que la somme de ce qu'elle est pendant tous les instans de sa durée, ne differe pas de sa veritable quantité, avant que d'avoir commencé à périr. Il paroît donc inconcevable, que la mesure de la

Force qui réſulte des circonſtances du premier, ou du ſecond temps du choc, pris ſéparément, ſoit différente de celle qui réſulte des deux temps pris enſemble.

122. 2°. Si les expériences qu'on vient de voir paroiſſent prouver que les Forces ſont entre-elles comme les quarrés des vîteſſes, une expérience encore plus ancienne, plus ſimple, & plus maniée, & acceptée des deux partis, ſemble prouver évidemment le contraire. C'eſt celle de deux corps mous, ou à reſſort, qui viennent ſe choquer par des Mouvemens contraires, & avec des vîteſſes qui ſont entre elles en raiſon inverſe de leurs maſſes. Car on ſçait qu'il en réſulte le repos, ſi les corps ſont mous & ſans reſſort; & un retour en arriere après le choc, avec les mêmes vîteſſes qu'avant le choc, ſi les corps ont du reſſort. Tout le contraire devroit cependant arriver, ſi les Forces étoient comme les quarrés des vîteſſes, & le corps par exemple, qui auroit 3 de vîteſſe avec 1 de maſſe,

& par conſéquent 9 de Force ; devroit néceſſairement emporter celui qui avec 3 de maſſe n'auroit que 1 de vîteſſe, & par là ſeulement 3 de Force.

23. On répond que ce triple de Force, qu'a le corps qui ſe meut avec 3 de vîteſſe, eſt conſumé par les enfoncemens, & les déplacemens de matiere qu'il fait ſur celui qui n'a que 1 de vîteſſe. Mais quel eſt le point d'appui des efforts néceſſaires pour produire ces enfoncemens, & cette *introceſſion* de matiere ? Qu'eſt-ce qui les ſoutient par une réaction égale à l'action ? N'eſt-ce pas le centre de Gravité de la maſſe triple, qui n'a que 1 de vîteſſe ? Cette maſſe elle-même ne conſume-t-elle pas autant de ſa Force à ſoutenir les efforts de ces déplacemens, que le corps choquant perd de la ſienne à les produire, & ce qu'elle en conſume ne la diſpoſe-t-il pas d'autant à céder ? Il n'y a donc point d'efforts perdus à cet égard, ou plûtôt ceux qui ſont perdus d'une part, ſont communiqués

qués de l'autre par un échange réciproque. Ainsi la masse inférieure en Force doit être entraînée.

24. Ceci devient encore plus évident dans le cas des corps à ressort. Car les enfoncemens, & les applatissemens qu'ils soufrent mutuellement dans le choc, sont, en vertu du retablissement qui leur succede, la source même de la Force nécessaire pour retourner en arriere, avec les mêmes vîtesses aprés le choc qu'ils avoient avant le choc. Donc si les Forces étoient comme les quarrés des vîtesses, celui qui n'avoit que 1 de vîtesse, & 3 de masse, seroit repoussé en arriere par le choc de celui qui avoit 1 de masse, & 3 de vîtesse, avec plus de Force ou de vîtesse, qu'il n'en avoit avant le choc; ce qui est contraire à l'expérience.

25. 3°. Mais je vais plus loin, & je demande, ne se pourroit-il pas que la Force demeurant toûjours en raison de la simple vîtesse, se trouvât capable de produire des effets proportionnels au quarré de la vîtes-

se ? Qu'étant double, par exemple, en vertu d'une double vîteſſe, il fût de ſa nature de produire des effets quadruples par rapport aux obſtacles qui s'oppoſent à ſon action ? Et cela ne viendroit-il pas de ce qu'une Force double, en vertu d'une double vîteſſe, & qui, par rapport à une autre, agit doublement en des temps égaux, agit encore peut-être deux fois autant de temps, ou ne ſe conſume qu'en deux fois autant de temps ; par cela même qu'elle eſt double, & qu'elle réſulte d'une double vîteſſe ? De ſorte qu'au lieu de conclure qu'une Force eſt quadruple, parce que les eſpaces parcourus, les déplacemens de matiere, & tous les autres effets ſemblables qu'elle produit le ſont, il faudra conclure au contraire, de ce que ces effets ſont quadruples, ou en général, comme le quarré de la vîteſſe, qu'elle n'eſt que double, ou en général comme la ſimple vîteſſe. Il me ſemble qu'à cette nouvelle vûë, toutes les difficultés ſe diſſipent, & qu'il ne reſtera plus

blement ici de sujet de doute, ni d'apparence de contradiction.

## VI.

### *Proposition fondamentale, solution des difficultés, & explications en général.*

26. Il ne s'agit donc que de s'assurer de la vérité de cette proposition, *Qu'une Force quelconque, en tant qu'elle résulte de la vîtesse du Mobile où elle réside, agit contre les obstacles successifs qu'elle rencontre en temps égaux, en raison de la vîtesse, & de plus agit ou se déploie pendant un temps qui est encore en raison de cette même vîtesse; ce qui donne une action totale qui est comme le quarré de la vîtesse. De sorte que les espaces parcourus dans le Mouvement accelerè ou retardé, les impressions & les déplacemens de matiere dans le choc & la collision mutuelle des corps, étant comme les quarrés des vîtesses, les Forces qui font parcourir ces espaces, & qui produisent ces impressions & ces déplace-*

*mens de matiere, & qui s'y consument, ne sont qu'en raison des simples vitesses.*

Nous allons examiner cette Proposition, l'expliquer, & en détailler toutes les parties, dans les exemples suivans.

27. Nous nous attacherons principalement à mettre dans son jour ce qui regarde les espaces parcourus, parce que, comme nous l'avons déja insinué (N°. 11,) & comme l'on s'en convaincra pour peu que l'on y fasse attention, tous les autres effets du Mouvement, & du choc, les parties de matiere déplacées, les ressorts bandés ou applatis, & en général tout ce qu'on apporte d'expériences sur ce sujet, se réduisent à celle de l'espace parcouru par un Mouvement retardé, ou ne concluent qu'autant qu'elles y sont ramenées; sans compter que s'il est une fois bien démontré que les Forces Vives n'ont pas lieu par rapport aux espaces parcourus, d'où elles ont pris naissance (N°. 12,) il est plus que probable qu'elles ne sont pas moins imaginaires dans les

autres Phénomenes. Nous ſuppoſerons auſſi avec tous les Autheurs modernes qui ont traité de la chûte des corps, & conformément au ſiſtême de *Galilée* accepté de part & d'autre ſur cette matiere. 1°. Que la Peſanteur en temps égaux produit des vîteſſes égales dans les corps qui deſcendent, & qu'elle ôte des vîteſſes égales à ceux qui montent, du moins ſenſiblement, & près de la ſurface de la Terre, où ſont faites nos expériences. 2°. Que ces vîteſſes acquiſes, ou perduës par le Mobile, en vertu de la Peſanteur, le ſont ou peuvent l'être par des impulſions redoublées d'inſtant en inſtant. Car quand la Peſanteur agiroit d'une maniere continuë, & abſolument indiviſible, il n'y a pas plus d'inconvenient à le ſuppoſer ainſi dans les calculs, qu'à prendre les Courbes pour des Polygones d'une infinité de côtés dans la réſolution des Problêmes de Géometrie. Je puis donc imaginer que les impulſions de la Peſanteur étant réünies au commencement ou à la fin de

chaque espace infiniment petit, ou, ce qui revient ici au même, de chaque pied ou de chaque toise prise pour exemple, & parcouruë par le Mobile qui monte, font sur ce Mobile le même effet, que si toute Pesanteur ôtée, il y avoit à chacun de ces points des particules égales de matiere à déplacer, ou de petites lames de ressort à soulever ou à bander. En un mot, je puis toûjours comparer la Pesanteur à des obstacles ou des résistances quelconques, qui lui sont analogues; comme réciproquement, je puis comparer les résistances quelconques des particules de matiere déplacées, ou des ressorts pliés, aux impulsions contraires de la Pesanteur réünies à certains points de l'espace parcouru.

18. Cela posé, soient toûjours les deux Mobiles de masse égale, *A*, & *B*, mûs avec différentes vîtesses, & telles, par exemple, que la vîtesse de *A* soit double de celle de *B*. Supposons de plus que ces deux Mobiles ne trouvent aucun obstacle, aucune ré- *Fig.* 2.

ſiſtance, ni impulſion contraire ſur leur chemin, c'eſt-à-dire qu'ils ſe meuvent, ou ſe vont mouvoir d'un Mouvement uniforme ſur les droites *AD*, *BE*. Ils y parcourront des eſpaces, qui ſeront entre-eux comme les vîteſſes qui les font parcourir, c'eſt-à-dire, que dans le temps que *B*, parcourt 2 toiſes, *BE*, *A* en parcourt 4, *AD*, & ainſi de ſuite. Je dois donc juſqu'ici ſuppoſer les Forces Motrices des corps *A*, & *B*, entre elles, comme les vîteſſes, & comme les eſpaces parcourus (N°. 3.) Mais ſi elles ſont telles dans l'inſtant où elles commencent d'agir ſur ces Mobiles, dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement uniforme, pourquoi ne les pourrois-je pas ſuppoſer telles dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement retardé? Mettre des obſtacles, des réſiſtances ou des impulſions contraires, ſur le chemin d'un Mobile, ou les en ôter, change-t il quelque choſe à la quantité de la Force qui lui eſt appliquée, & qui le va faire mou-

voir ſur ce chemin ? Non ſans doute ; & nous l'avons déja remarqué (N°. 16). Ce ſont des circonſtances tout-à-fait étrangeres à la valeur de la Force Motrice ; elles peuvent en diminuer l'effet, ou même l'éteindre en qualité de Forces contraires ; mais elles ne ſçauroient faire qu'elle change de nature, ou de valeur, qu'elle ſoit plus ou moins grande. Donc ſi je tire de l'hypotheſe des Forces Motrices en raiſon des vîteſſes, les eſpaces parcourus en raiſon des quarrés, & tout ce qui arrive au Mouvement retardé ou acceleré, je n'ai que faire de ſuppoſer les Forces comme les quarrés des vîteſſes, & cela ſeroit contre les regles de la bonne Logique.

29. J'introduis donc ici les impulſions de la Peſanteur, & je les répands, pour ainſi dire, ſur les chemins à parcourir des Mobiles *A*, & *B*. Cela poſé, je ſçai qu'elles retarderont, & qu'elles éteindront enfin tout leur Mouvement. Suppoſons, par exemple que tout le Mouvement

Fig. 2.

de

de *B* ſoit éteint en 1 ſeconde de temps, & qu'au lieu d'avoir parcouru la longueur *Bδ*, de 2 toiſes, comme il auroit fait, s'il n'avoit trouvé aucune impulſion contraire, il n'a parcouru que la longueur *Bβ*, de 1 toiſe. Par l'égalité continuelle des impulſions de la Peſanteur contre le même Mobile, ou ſon ſemblable, on ſçait, & l'expérience le confirme, qu'elle fera perdre de même en temps égal un ſemblable eſpace au Mobile *A*, quel que ſoit le rapport fini de ſa vîteſſe à celle du Mobile *B*. Donc le corps *A*, au lieu de parcourir à la premiere ſeconde la longueur *AD*, de 4 toiſes, ne parcourra que la longueur *AC*, de 4—1, ou de 3 toiſes. Mais on ſçait de plus que les vîteſſes acquiſes, ou perduës ſont comme les temps; donc le Mobile *A*, n'aura perdu que 1 degré, ou la moitié de ſa vîteſſe, parce qu'il en avoit 2 degrés, tandis que le Mobile *B*, en ayant perdu 1 de même, a perdu toute la ſienne, parce qu'il n'en avoit que 1 degré. Mais 1 degré de

vîteſſe, doit faire parcourir au corps *A*, en une ſeconde, le même chemin que *B* a parcouru en un ſemblable temps. Donc *A* parcourra encore 1 toiſe *CD*, ce qui fait 4 toiſes en tout. Donc en vertu d'une Force doublé réſultante d'une double vîteſſe, le Mobile *A* s'eſt mû deux fois plus de temps que le corps *B*, & il a parcouru à chaque temps l'un portant l'autre deux fois plus d'eſpace; ce qui fait en tout un eſpace quadruple, ou en raiſon du quarré de la vîteſſe. Cela n'a beſoin que de quelque éclairciſſement pour emporter une conviction entiere.

## VII.

### *Solution, & explications plus particulieres.*

30. Je dis que le Mobile *A* a parcouru deux fois plus d'eſpace à chaque temps l'un portant l'autre, & non pas à chaque temps abſolument

parlant ; parce que dans l'exemple il parcourt 3 toiſes au premier temps, & une toiſe ſeulement au ſecond. Cependant j'aurois pû le dire relativement à la Force & à la vîteſſe, en tant que doubles, parce qu'à la rigueur, tant qu'elles demeurent dans ce rapport, eu égard à la Force, & à la vîteſſe du corps *B*, elles doivent produire cet effet, comme dans le Mouvement uniforme. Mais parce qu'elles n'y demeurent qu'un inſtant, & que le rapport change continuellement dans les inſtans ſuivans, dont on conçoit qu'eſt compoſé le temps fini où l'on les conſidere, l'eſpace actuel parcouru ne ſçauroit être dans le même rapport, mais dans celui qui réſulte de la ſuite changeante de ces rapports. Or il ſuffit de remarquer ici, que l'eſpace parcouru par le corps *A*, dans le premier temps fini, eſt plus que double de celui que parcourt le corps *B*, en un temps égal ; parce que le rapport devient plus que double, d'abord après le premier inſtant, & qu'il ſe termine enfin par

être infini, puiſque le Mobile *A* ſe meut avec un degré de vîteſſe, & monte encore, lorſque *B* ceſſe totalement de ſe mouvoir, ou de monter. Le corps *A* parcourt donc toûjours en un inſtant quelconque un eſpace proportionnel à la vîteſſe qu'il a dans cet inſtant. Ainſi à conſiderer le rapport des vîteſſes de *A*, & de *B*, quand ils commencent à ſe mouvoir, l'un devoit parcourir 4 toiſes, & l'autre 2; & ils les auroient en effet parcouruës, n'étoit les impulſions contraires de la Peſanteur, qui en temps égal ôtent une toiſe de l'eſpace de chacun, & réduiſent par conſéquent celui du Mobile *A*, à 3 toiſes, & celui du Mobile *B*, à 1 toiſe. Pour mieux ſentir la vérité de cette Remarque, ſubdiviſons le degré de vîteſſe, & le temps, en un nombre quelconque de parties : plus ce nombre ſera grand, plus le rapport des eſpaces parcourus au commencement approchera du rapport de Force ou de vîteſſe aſſigné aux Mobiles *A*, & *B*. C'eſt pourquoi ſi au lieu de 2 & 1

nous prenons 8 & 4, on aura dans les 8 instans de *A*, les espaces parcourus, 15. 13, 11, &c. Et dans les 4 instans de *B*, les espaces, 7, 5, &c. De sorte que le Mobile *A* parcourra d'abord 15 d'espace, dans la partie de temps que le Mobile *B* employe à en parcourir 7. Ce qui ne differe de la raison de 2 à 1, que de $\frac{1}{15}$; au lieu que dans le premier cas, il differoit de $\frac{1}{7}$. Si au lieu de 8, & 4, nous prenons 10, & 5, la difference ne sera plus que de $\frac{1}{19}$, & ainsi de suite jusqu'à l'infini, où la difference disparoît totalement, & où l'on peut dire, que les espaces parcourus dans les premiers instans par le corps *A*, sont exactement doubles des espaces parcourus par le corps *B*. Après cela ils feront plus que doubles, parce que le décroissement de vîtesse arrive aux deux Mobiles par une suite ou progression Arithmetique, d'où il suit que le rapport Géometrique de la vîtesse du plus grand, *A*, doit augmenter à l'égard de la vîtesse du plus petit, *B*. Mais l'espace parcouru est

toûjours proportionnel à la vîteſſe actuelle, comme dans les Mouvemens uniformes.

31. On voit donc que le corps *A*, à qui on ſuppoſe, par éxemple, une Force double, réſultante d'une double vîteſſe par rapport au corps *B*, qui lui eſt égal, & qui n'a que 1 de Force & de vîteſſe, on voit, dis-je, que le corps *A*, doit parcourir à chacun des inſtans communs du commencement de la Suite infinie, des eſpaces qui ſont doubles des eſpaces parcourus par le corps *B*. Mais on ne voit peut-être pas encore, du moins dans un certain détail, pourquoi le corps *A* ſe meut deux fois plus de temps que le corps *B*, malgré les obſtacles ſurmontés dans le premier temps, en raiſon de ſa ſuperiorité de Force, & de vîteſſe. Il ſemble au contraire que le Mobile qui a le plus de vîteſſe, ayant ſurmonté à chaque inſtant un nombre d'obſtacles proportionnels à ſa vîteſſe, il doit avoir fait tout ce qu'il pouvoit faire, & avoir perdu tout ce qu'il avoit de

Force, ſi ſa Force n'étoit que proportionnelle à ſa vîteſſe.

32. Mais il faut prendre garde, que le Mobile ſuperieur en Force, en même raiſon que ſa vîteſſe, ne perd de cette Force, & de cette vîteſſe en temps égaux, que ce qu'en perd le Mobile inferieur en Force, & en vîteſſe. C'eſt-à-dire, que *les pertes de Force, & de vîteſſe des Mobiles, qui parcourent différens eſpaces, ou qui ſurmontent un différent nombre de mêmes obſtacles, ſont toûjours comme les temps employés à parcourir chacun de ces eſpaces, & à ſurmonter chacun de ces obſtacles; & la raiſon en eſt, que les impulſions contraires, les réſiſtances, ou, ſi l'on veut, les Forces contraires agiſſent d'autant plus, ou d'autant moins, toutes choſes d'ailleurs égales, contre celles qui les ſurmontent, & qu'elles conſument, qu'elles leur ſont appliquées plus ou moins de temps.* Ainſi le corps *A*, ſuperieur en Force, & en vîteſſe, ſurmonte deux obſtacles, par exemple, dans l'inſtant où le corps *B*, n'en ſurmonte qu'un, parce qu'il les ſurmonte, ou qu'il les parcourt cha-

cun en particulier, avec le double de vîteſſe, & de plus chacun de ces obſtacles, ne lui fait perdre que la moitié de la Force, & de la vîteſſe qu'il fait perdre au corps *B*, parce qu'il ne lui eſt appliqué, qu'il n'agit contre lui, & qu'il ne ſejourne ſur lui que la moitié autant de temps qu'il agit contre *B*. Le corps *A*, ne peut donc perdre que 1 de Force, & 1 de vîteſſe, dans le temps que *B*, perd également 1 de Force, & 1 de vîteſſe, quel que ſoit le nombre d'obſtacles qu'ils ſurmontent l'un & l'autre en temps égal. Car comme nous venons de dire, la réaction des obſtacles pour conſumer la Force du Mobile, eſt en raiſon directe des temps, ou, ce qui revient au même, en raiſon reciproque des vîteſſes. Mais par hypotheſe, le corps *A* eſt ſuperieur en Force, & en vîteſſe au corps *B*, & *B* a perdu toute ſa Force, & toute ſa vîteſſe au premier temps. Donc après que *B* aura perdu ſa Force, & ſa vîteſſe, ou qu'il aura ceſſé de ſe mouvoir, & de monter, *A* retien-

dra encore une partie de ſa Force, & de ſa vîteſſe, & il montera encore, &c. D'où il eſt clair qu'une Force qui réſulte d'une plus grande vîteſſe, doit s'éteindre d'autant plus tard que la vîteſſe eſt plus grande. Il eſt donc de la nature d'une Force quelconque d'agir à chaque inſtant en raiſon de la vîteſſe qui la produit, & d'agir d'autant plus d'inſtans en raiſon de cette même vîteſſe; ce qui doit produire, dans la durée de ſon action, des impreſſions, ou des eſpaces parcourus en raiſon du quarré de la vîteſſe, quoique la Force ne ſoit réellement qu'en raiſon de la ſimple vîteſſe.

33. Comme il ne s'enſuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une vîteſſe finie, ne ceſſe jamais ou dure toûjours, que la Force Motrice actuelle qui le produit ſoit infinie, il ne s'enſuit pas non plus à la rigueur, que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé, en ſoit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage.

Elle n'eſt réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands eſpaces en des temps égaux, ou plûtôt ces eſpaces ne ſont plus grands en des temps égaux, que parce que la Force eſt plus grande, en vertu d'une plus grande vîteſſe. Et dans ce cas, elle doit durer davantage ou perir plus tard, non pas, à la rigueur, parce qu'elle eſt plus grande, car la ſeule raiſon de la maſſe pourroit la rendre telle; mais parce qu'en des temps égaux, elle fait parcourir de plus grands eſpaces. C'eſt par là accidentellement qu'elle dure davantage ou perit plus tard, & par la raiſon que nous en avons donnée ci-deſſus (N°. 32). La plus longue durée ſera, ſi l'on veut, une indication d'une plus grande vîteſſe, mais non pas un ſecond principe de valeur, qui doive multiplier la valeur qu'indique déja la vîteſſe, ou les eſpaces parcourus appliqués aux temps. Ce ſeroit faire une eſpece de double emploi très-vitieux, meſurer une Force par ſes effets, & par les effets de ſes

effets, & toute leur ſuite repanduë ſucceſſivement ſur différens eſpaces. Fig. 11
Cent boules égales, & à reſſort, *A*, *B*, *C*, *D*, &c. rangées ſur une ligne horiſontale *HL*, ſe meuvent toutes l'une après l'autre, en vertu de la ſeule Force, & du ſeul Mouvement imprimé à la premiere *A*, ſelon la direction *HL*; il ne faut pas pourtant meſurer la Force appliquée à la boule *A*, par le produit de ſa vîteſſe, & des 100 maſſes miſes en Mouvement à cette occaſion; parce qu'elles n'y ont été miſes que ſucceſſivement, & que ce n'eſt proprement qu'une ſeule & même boule muë, dans l'inſtant où l'on conſidere la Force Motrice, & ſa valeur. Les effets qui deviennent des cauſes à leur tour, ne ſont contenus que relativement, & accidentellement dans la cauſe primitive, & leur ſomme n'exprime pas le développement, ou la meſure de cette cauſe, mais la ſimple repetition, ou l'indice de ſa durée, eu égard aux cauſes contraires, qui pouvoient la détruire, ou arrêter ſon action.

34. Il ſuit de là que lorſque les vîteſſes ſont égales, les impreſſions & les eſpaces parcourus doivent toûjours être en raiſon des ſimples vîteſſes multipliées par les maſſes, quel que ſoit le rapport des maſſes, & par conſéquent des Forces des Mobiles. C'eſt que dans ce cas la ſuperiorité de Force du Mobile *A*, par exemple, ne le fait pas paſſer plus vîte ſur les obſtacles qui lui ſont proportionnels, que la Force du Mobile *B* ne fait paſſer celui-ci ſur des obſtacles ſemblables; ainſi le Mobile *A* ne ſe meut ni plus ni moins de temps que le Mobile *B*. La Force ſuperieure en vertu de la maſſe fait en temps égaux, les mêmes effets que la Force ſuperieure en vertu de la vîteſſe, mais elle ceſſe d'agir tandis que l'autre agit encore. Auſſi le corps *A* de 100 de maſſe ne monte pas davantage avec un degré de vîteſſe, que le corps *B* avec 1 de maſſe, & 1 degré de vîteſſe; parce qu'il ne monte pas ou ne doit pas monter plus long-temps. Il ne doit pas monter plus

long-temps, parce qu'il fait à chaque inſtant les mêmes pertes de vîteſſe que le corps *B* avec de plus grandes pertes de Force, & il fait à chaque inſtant de plus grandes pertes de Force, parce qu'elles ſont proportionnelles à ſa maſſe, comme on ſçait que le ſont toûjours les impulſions de la Peſanteur.

35. Lorſque la Force d'un corps eſt ſuppoſée plus grande, ſans que ſa vîteſſe le ſoit en même raiſon, qui eſt le cas d'une plus grande maſſe; & qui ſeroit celui des *Forces Vives*, s'il étoit poſſible qu'en des Mobiles égaux les Forces Motrices euſſent d'autre rapport que celui des ſimples vîteſſes, les obſtacles ſurmontés en raiſon de la Force, ne le ſont pas ſur une plus grande longueur de chemin; cela n'appartient qu'à la vîteſſe; mais ils ſont ſurmontés en plus grand nombre, en raiſon de la Force, ſur une plus grande largeur. Par exemple le Mobile *A*, ſuppoſé égal au Mobile *B*, mais avec une vîteſſe double, doit remonter 4 toi- *Fig. 2.*

ſes pendant la durée de ſon action, qui eſt de 2 temps, & le Mobile *B* ne doit remonter qu'une toiſe pendant la durée de la ſienne qui n'eſt que d'un temps. Et ſi au lieu des impulſions de la Peſanteur, on met une ſuite d'obſtacles quelconques de même réſiſtance qu'elle, rangés en ligne droite ſur le chemin de ces Mobiles, le Mobile *A* en ſurmontera 4, & le Mobile *B*, en ſurmontera 1. Augmentons préſentement la maſſe du corps *A*, faiſons la double de la maſſe du corps *B*, ſa Force ſera quadruple; ou ſi l'on veut, ſuppoſons par impoſſible, que cette Force devienne quadruple ſans rien changer à la maſſe ni à la vîteſſe précédentes. Quel ſera l'effet de cette Force quadruple? Ce ne ſera pas de faire remonter le Mobile à plus de 4 toiſes, ni plus long-temps; car nous avons vû que les eſpaces parcourus, & la durée dans les Mouvemens retardés, ſont uniquement relatifs à la vîteſſe, & la vîteſſe demeure ici la même, par hypotheſe. Ce ſera donc de faire

ſurmonter un plus grand nombre d'obſtacles, ſur une plus grande largeur, ſur une double ſuite, par exemple, d'obſtacles pareils rangés ſur deux lignes droites paralleles. Et comme les temps, & la durée de ſon action ſont les mêmes, ce ſera en tout 8 obſtacles qu'il aura ſurmontés, le Mobile *B* n'en ayant ſurmonté que 1, c'eſt-à-dire, en raiſon du Cube de la vîteſſe. Ainſi l'on voit que la Force quadruple à cet égard, ſoit qu'elle vienne d'une maſſe double, ou, par impoſſible, de l'hypotheſe des *Forces Vives*, produiroit les mêmes effets, le même nombre d'obſtacles ſurmontés. Mais dira-t-on, quel ſera l'effet de cette Force doublée ſans augmentation de maſſe ni de vîteſſe, ſi l'on n'a égard qu'aux eſpaces parcourus, & aux impulſions de la Peſanteur, ou, ce qui revient au même, ſi l'on ne ſuppoſe qu'une ſeule ſuite d'obſtacles rangés ſur une droite? Je reponds qu'il ſera nul, & qu'il le doit être, parce qu'il naît d'une ſuppoſition impoſſible, & purement

étrangeres à ſa nature, comme la Courbe qu'on lui feroit décrire l'eſt à ſa direction propre. L'accéleration ou le retardement ſe mêlent à chaque inſtant au Mouvement proprement dit, & en interrompent l'uniformité par une Force étrangere à celle qui le produit, comme les directions obliques étrangeres le retirent à chaque inſtant de la ligne droite. Si la Force étrangere, qui s'oppoſe au Mouvement d'un corps, devient égale à ſa Force Motrice elle le détruit totalement, & il en réſulte le repos. Le Mouvement retardé d'un corps peſant, qui monte, par éxemple, tiendra donc une eſpece de milieu entre le Mouvement proprement dit, & le repos, & il ſera cenſé approcher d'autant plus de l'un ou de l'autre, que la vîteſſe du Mobile ſera plus grande ou plus petite, quelle que ſoit la maſſe de ce Mobile. Or en tant que ce Mouvement tient du repos, il doit périr dans un inſtant, mais en tant qu'il tient du Mouvement proprement dit, il doit durer toûjours,

avec une même Force, & demeurer toûjours uniforme. Donc le Mouvement retardé doit se soutenir d'autant plus, approcher d'autant plus de l'uniformité, & pendant un temps d'autant plus long, avec une même Force par rapport à la perte qui s'en fait à chaque instant, qu'il est plus contraire au repos, qu'il est plus grand, ou (N°. 36.) qu'il résulte d'une plus grande vîtesse.

## IX.

*Autre Proposition fondamentale & nouvelles réflexions sur le Mouvement retardé & accelerè, contre les* Forces Vives, *& en faveur de l'opinion commune.*

38. Ceci bien entendu, nous allons enfin demontrer, 1°. *Que ce ne sont pas les espaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les espaces* non parcourus,

*& qui l'auroient été par un Mouvement uniforme dans chaque inſtant. 2°. Que ces eſpaces* non parcourus *ſont en raiſon des ſimples viteſſes. 3°. Et partant que les eſpaces qui répondent à une Force Motrice retardée ou décroiſſante, en tant qu'elle ſe conſume dans ſon action, ſont toûjours proportionnels à cette Force, & à la viteſſe du Mobile, tant dans les Mouvemens retardés, que dans le Mouvement uniforme.*

39. Pour expliquer, & demontrer cette eſpece de paradoxe, reprenons l'exemple des deux Mobiles égaux *A*, & *B*, qui remontent ſur les lignes *AD*, *BE*, l'un, ſçavoir *A*, avec 2 degrés de viteſſe, & l'autre *B*, avec 1 degré. Nous avons vû (N°. 28.) que ſi rien ne s'oppoſoit à la Force Motrice du corps *B*, c'eſt-à-dire, ſi le Mouvement étoit uniforme, *B* parcourroit au premier temps les 2 toiſes *BE*, ſans rien perdre de cette Force, ni du degré de viteſſe dont elle réſulte. Mais parce que, par hypotheſe, les impulſions contraires de la Peſanteur, qui lui ſont continuellement appliquées pendant

Fig. 4.

ce temps, achevent de consumer sa Force, & sa vîtesse; & l'arrêtent enfin; lorsqu'il est parvenu à la fin, $\beta$, de la premiere toise, le Mobile $B$ ne parcourra qu'une toise dans son Mouvement retardé. Et je dis de même du Mobile $A$; il auroit parcouru dans le premier temps les 4 toises $AD$; mais les impulsions contraires de la Pesanteur, l'ont fait, pour ainsi dire, reculer d'une toise $DC$, pendant ce temps; de sorte qu'il n'en a parcouru réellement que 3; & ces impulsions contraires ont consumé ou détruit en lui un degré de Force, & un degré de vîtesse, comme elles ont fait dans le corps $B$, pendant un temps semblable. Mais parce que le corps $A$ avoit 2 degrés de Force, & 2 degrés de vîtesse, il lui en reste encore 1, & il se trouve par là en $C$, & à la fin du premier temps, dans le cas où se trouvoit le corps $B$ au commencement de ce premier temps. Il a donc tout ce qu'il faut pour parcourir encore 2 toises $CE$, en un second temps semblable au premier, & Fig. 24

aucune impulsion contraire ne s'y oppose. Mais les impulsions contraires de la Pesanteur vont s'y opposer, & de la même façon précisément qu'elles se sont opposées au Mouvement du corps *B*. Donc le corps *A* ne parcourra pendant ce 2me temps, que la toise *CD*, ayant pour ainsi dire, reculé de l'autre toise, *ED*, en vertu du retardement, ou des impulsions contraires à sa Force Motrice; après quoi il s'arrêtera en *D*, ou ne montera plus, comme le corps *B* en *β*. De sorte qu'il n'aura parcouru en tout dans les 2 temps de son Mouvement, que 4 toises. Ce sont ces espaces *βδ*, *CD*, dans le premier instant; & *DE*, dans le second, & ainsi de suite, que j'appelle *non parcourus*. Ils sont non parcourus, relativement à la Force Motrice des corps *A*, & *B*, & à leur direction donnée de *B* vers *δ*, & de *A* vers *E*, à laquelle seule on fait attention; quoique en un sens, ils soient très-réellement parcourus en valeur, en direction contraire, & par l'effet d'une autre Force Mo-

trice opposée à la premiere, qui s'y mêle, & qui la modifie continuellement, comme feroit le Mouvement contraire d'un plan sur lequel le Mobile seroit porté.

40. Ce qui est dit ici des espaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement, & du choc, comme il a été remarqué ci-dessus (N°. 27.) par rapport aux espaces parcourus. Et nous dirons de même, 1°. *Que ce ne sont pas les parties de matiere déplacées, ni les ressorts bandés ou applatis, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les parties de matiere* non déplacées, *les ressorts* non bandés *ou* non applatis, *& qui l'auroient été, si la Force Motrice se fût toujours soutenuë & n'eût point souffert de diminution.* 2°. *Que ces parties de matiere* non déplacées *sont en raison, &c.* Comme N°. 38.

41. Pour en donner un exemple, soient des impulsions, des obstacles, ou des résistances quelconques uniformément repetées, & placées sur le chemin *AF*, du Mobile *A*, tel-

les par exemple, que les particules
Fig. 5. de matiere 1. 2. 3. 4. &c. ou des lames de reſſort à déplacer, à abbatre, à ſoulever, ou à bander. Il eſt évident que ſi le Mobile, avec un degré de vîteſſe, & de Force, peut en ſoulever 2 en un inſtant, par un Mouvement uniforme, c'eſt-à-dire, en conſervant, ou en reprenant toûjours toute ſa Force, & toute ſa vîteſſe, après avoir ſoulevé la premiere; & qu'au contraire, il n'en puiſſe ſoulever qu'une par un Mouvement retardé, toute ſa Force, & toute ſa vîteſſe s'étant conſumée à ſoulever, ou à bander la premiere, il eſt, dis-je, évident par tout ce qui a été dit ci-deſſus (N°. 15. 28.) que le Mobile *A* ayant 2 degrés de Force, & autant de vîteſſe, ſouleveroit, ou banderoit 4 de ces lames de reſſort dans un inſtant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet inſtant, & en bandant les premiers reſſorts, un degré de ſa Force, & de ſa vîteſſe; & un degré de Force & de vîteſſe perduë donne, par hypotheſe (N°.

27 ) une lame de moins ſoulevée, ou bandée ; donc il n'en bandera que 3 au premier inſtant, ſçavoir 1, 2, 3, & il s'en faudra la lame 4, & l'eſpace *CD*, qu'il ne faſſe ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant, comme il lui reſte encore un dégré de Force, & de vîteſſe, qui lui feroit ſoulever deux lames 4, 5, & parcourir le chemin *CDE* en un ſecond inſtant, ſi ſon Mouvement demeuroit uniforme, & ſa Force conſtante, il doit continuer de ſe mouvoir, & d'agir contre les réſiſtances qui s'oppoſent à ſon Mouvement. Mais au lieu de deux, il n'en doit ſurmonter qu'une, ou ſoulever une lame 4*D*, à cauſe que ſon Mouvement y eſt retardé, & que ſa Force s'y trouve totalement éteinte. Ce qui ſera en tout 4 portions de matiere deplacées, ou 4 reſſorts bandés, en vertu de deux degrés de Force réſultans de deux degrés de vîteſſe, & de l'action totale, qui a duré 2 inſtans ; ſçavoir 4 reſſorts — 1 — 3 au premier inſtant, & 2 reſſorts — 1 Fig. 5.

Fig. 5. — 1 au second instant. Et l'on voit bien que ce sera toûjours la même chose, si au lieu de supposer 2 degrés de vîtesse, & 2 instans, on en suppose, 3, 4, &c. & que le Mobile parcourra 6, ou 8 toises, &c. ou déplacera 6, ou 8 ressorts, &c. par un Mouvement uniforme, & une Force constante, & seulement 6 — 1, ou 8 — 1, &c. par un Mouvement retardé, & une Force décroissante, dans le premier instant, & ainsi de suite. J'appellerai donc *portions de matiere non déplacées*, *ressorts non soulevés*, *non bandés*, *ou non applatis*, & en général, *obstacles non surmontés*, tous ceux qui ne l'ont point été, faute d'uniformité, & de persévérance dans la Force du Mobile, sçavoir 4*D*, dans le premier instant, 5 *E*, dans le second, &c. quoiqu'ils puissent être censés surmontés par la Force contraire dont les impressions redoublées peuvent enfin arrêter entierement le Mobile.

Fig. 6. 42. L'Obliquité des directions *AR*, *RE*, &c. du Mobile *A*, contre des

reſſorts $R$, $E$, $S$, $T$, &c. autrement poſés, mais de même réſiſtance en ce ſens que les précédens, ne changera rien à ce que nous venons de dire; il en réſultera toûjours mêmes effets, mêmes reſſorts bandés, même extinction de Force dans le Mobile. Fig. 6.

Nous nous arrêterons encore ici à ce qui regarde les eſpaces.

43. Je dis donc 1°. *Que ce ſont les eſpaces non parcourus* $B\beta$, $CD$, *&* $DE$, *dans des inſtans égaux, qui donnent l'Eſtimation, & la veritable meſure des Forces dans les Mouvemens retardés.* Fig. 4.

Les eſpaces non parcourus à chaque inſtant repréſentent la Force perduë & conſumée à cet inſtant, ou, ce qui revient au même, l'effort de la puiſſance contraire qui la détruit ou qui la conſume, en s'exerçant contre elle. Mais la ſomme de toutes les Forces perduës, ou de tous les efforts contraires eſt égale à la Force totale du Mobile. Donc, &c.

Les eſpaces $B\beta$, $AC$, parcourus par le Mobile dans le premier inſtant, ſont l'effet de la Force conſtante &

Fig. 4. conſervée, & non de la Force retardée ou perduë : Ainſi ils ne doivent point meſurer la perte qui s'en eſt faite dans le temps employé à les parcourir. Cette perte, dis-je, s'eſt faite en les parcourant, & non à les parcourir ; elle doit être repanduë ſur ces eſpaces, & ſur le temps employé à les parcourir ; mais elle n'a d'effet réel, elle n'apporte de changement à la Force Motrice totale, & ne la fait décroître que proportionnellement à l'eſpace non parcouru, ou à la valeur de l'eſpace non parcouru repanduë ou retranchée continuellement ſur les portions correſpondantes d'eſpace parcouru. L'eſpace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale, ou de la partie qui en eſt conſervée ; eſpace qui ſeroit infini, ſi elle étoit toûjours conſervée, quelque finie qu'elle pût être. C'eſt donc l'eſpace non parcouru *gb*, *CD*, *DE*, qui meſure ſa partie perduë ou conſumée, celle-là même qui fait le complement de la totale, avec celle qui s'eſt conſervée à chaque inſtant, &

qui se seroit conservée de même, si le Mouvement eût été uniforme, & s'il eût fait parcourir au Mobile l'espace qu'il ne parcourt pas, faute d'uniformité.

44. 2°. Il est clair que les espaces $\beta\delta$, $CD$, $DE$, qui ne sont que l'unité répétée à chaque instant, & à chaque degré de vîtesse perdu, sont égaux en nombre aux instans, & aux degrés de vîtesse, & par conséquent *que leur somme est égale ou proportionnelle à la simple vîtesse initiale du Mouvement retardé.* Mais leur somme est égale à la Force du Mobile (N°. 43). Donc la Force est proportionnelle à la simple vîtesse, soit qu'on la considere dans un instant particulier de son action, soit qu'on la considere dans la somme de tous les instans de sa durée & de son action totale.

Cette seconde Proposition acheve de mettre dans tout son jour ce que nous avons dit dans la premiere cidessus (N°. 26.) que les Forces Motrices qui agissent dans le Mouvement retardé, & qui s'y consument,

ne ſont que comme les ſimples viteſſes, quoique les obſtacles ſurmontés, les eſpaces parcourus en ſe conſumant, les impreſſions, & les applatiſſemens de matiere & de reſſorts, ſoient comme les quarrés des viteſſes.

45. 3°. Enfin l'analogie qui doit regner entre tous les Mouvemens en général, ſoit retardés, ſoit accelerés, ou uniformes, ſe développe ici plus parfaitement qu'elle n'avoit jamais fait. Puiſqu'*en tout Mouvement de quelque eſpece qu'il puiſſe être, retardé, acceleré, ou uniforme, les effets quelconques, qui répondent à la Force Motrice qui ſe conſume ou qui ſe déploie, ou qui demeure conſtante, & qui la meſurent, ſont toûjours entre eux comme la Force, ou comme la viteſſe dont elle réſulte.*

Cela eſt évident par tout ce que nous venons de dire. Dans le Mouvement retardé, quand la Force décroît, quand definie elle devient infiniment petite ou nulle, les eſpaces, les efforts, & les effets quelconques rélatifs à ſon décroiſſement en un inſ-

tant quelconque, ou dans toute ſa durée, ſont, comme nous venons de l'expliquer, toûjours proportionnels à elle-même, & à la vîteſſe dont elle réſulte, ſoit en partie, ſoit en ſomme. Dans le Mouvement accéléré, quand la Force croît, quand d'infiniment petite elle devient finie ou même infinie, dans une durée infinie, ſes accroiſſemens, qui répondent à ce qu'elle devient, & à ce qu'elle eſt à chaque inſtant, lui ſont toûjours de même proportionnels, & à la vîteſſe dont elle réſulte; en ſorte que comme elle eſt infiniment petite ou zero dans ſa naiſſance, elle n'eſt que ce que ſont ſes accroiſſemens, & elle n'a d'autre quantité ou d'autre meſure que leur ſomme; de même que la Force qui s'évanoüit après avoir commencé par être finie, n'a pû avoir d'autre valeur que la ſomme de ſes décroiſſemens. A l'égard du Mouvement uniforme, comme il eſt ſuppoſé égal à lui-même à chaque inſtant, & qu'il ne périt point, il ne peut indiquer la meſure

qui le produit, que par des effets, des eſpaces rélatifs à une certaine partie limitée de ſon action, ou de ſa durée; & en cela il eſt encore parfaitement analogue au Mouvement retardé; c'eſt-à-dire, comme nous l'avons remarqué pluſieurs fois, qu'à quelque inſtant qu'on le conſidere, la Force Motrice & ſes effets, les eſpaces parcourus, &c. ſont proportionnels à la vîteſſe actuelle. Et ſi l'on le conſidere dans ſa durée infinie, & que par cet endroit on le compare au Mouvement accéleré, qu'on peut auſſi concevoir d'une durée infinie, quoique fini dans ſes commencemens, l'analogie ſe trouvera encore parfaite. Car puiſque le premier, je veux dire, le Mouvement uniforme, doit donner dans ce cas une longueur infinie parcouruë, en vertu d'une Force Motrice & d'une vîteſſe finie, le ſecond doit donner une longueur plus qu'infinie, ou infinie d'un ſecond genre, & $= \infty^2$, en vertu d'une Force Motrice infinie, & proportionnelle à la vîteſſe infinie dont elle

réſulteroit, puiſqu'on ſçait que l'accéleration ne ſçauroit durer infiniment, & uniformément, ſans que la vîteſſe ne devînt infinie; & l'on auroit tort d'en conclure que la Force Motrice dans ce ſecond cas eſt égale à $\infty^2$. De ſorte que ſous quelque aſpect que l'on conſidere le Mouvement, & par quelques effets que ſe manifeſte la Force qui le produit, ſoit qu'on la meſure, & qu'on l'eſtime en total, ou par parties dans ſes dépériſſemens, & quelle qu'en ſoit la durée, on ne la trouve jamais que proportionnelle à la ſimple vîteſſe.

## X.

### *Généralité de la Théorie précédente. De la ſimple* Tendance *au Mouvement, & des* Forces Mortes.

46. Voilà donc deſormais tous les Mouvemens réduits à la même loi, eu égard aux Forces Motrices dont

ils réſultent, ou qu'ils expriment. Leur communication dans les corps fléxibles & à reſſort, ne nous fera plus imaginer une autre eſpece d'Eſtimation, ni conclure une autre valeur pour cette Force, que dans les corps infléxibles & ſans reſſort. Toute la différence ne conſiſtera qu'en ce que dans les uns la communication eſt ſucceſſive, & que dans les autres elle eſt inſtantanée. Ce qui produit cette ſucceſſion dans les uns, & cette inſtantaneité dans les autres, eſt, comme nous l'avons dit (N°. 16. & 28.) tout-à-fait étranger à leur Force Motrice; il ne peut donc apporter de changement qu'à l'ordre de ſa diſtribution, & nullement à ſa quantité ou à ſa valeur. En un mot, la chaîne de nos raiſonnemens ſur la meſure des Forces n'eſt plus interrompue, & elle nous conduit toûjours au même but dans tous les cas, ſans en excepter la ſimple *Tendance*, ou le repos, en tant qu'il réſulte de l'équilibre, ou du conflict des Forces contraires.

47. Cependant il faut prendre gar-

de, comme on l'a toûjours remarqué, & long-temps avant qu'il fût queſtion des *Forces Vives*, & des *Forces Mortes*, que le ſimple effort momentanée de la Tendance, & des Puiſſances contraires, dans l'équilibre, ne peut, en un ſens, être comparé à l'effort de la Percuſſion, & au choc des corps mous ou fléxibles tels qu'ils éxiſtent dans la Nature. La raiſon en eſt bien évidente par nos principes, & je ne vois pas ſur quel fondement on a tant fait valoir cette différence en faveur de l'opinion nouvelle. L'effet de la Percuſſion dans ces corps réſulte d'une vîteſſe actuellement finie, & celui de la ſimple Tendance conſiſte dans zero de vîteſſe, ou dans une vîteſſe infiniment petite; l'effet de la Percuſſion eſt produit & meſuré dans une ſuite infinie d'inſtans qui font un temps fini, & la ſimple Tendance eſt conçûë & meſurée dans tout inſtant indiviſible quelconque de ſa durée. Elle eſt donc à la Percuſſion comme le zero au fini, ou comme le point à la ligne.

48. Mais si dans la Tendance on intégre une Suite infinie d'instans de sa durée égale à la durée finie de la Percussion, la Tendance, & la Percussion seront analogues. Et si les premiers ou les derniers termes des deux Suites, égaux entre eux, le sont au dernier terme de celle de la Percussion, leurs sommes seront l'une à l'autre, comme l'espace parcouru par un Mouvement uniforme en un temps, à l'espace parcouru par un Mouvement retardé ou accéleré, dont la durée auroit été le même temps. Car l'effort de la Tendance est constant, & celui de la Percussion croissant ou décroissant, il passe par zero, où il s'y termine, selon qu'on le conçoit actif ou passif. De sorte que si l'on exprime les espaces parcourus d'un Mouvement retardé ou accéleré par la somme des ordonnées *mi*, *mi*, &c. d'un triangle rectangle *ABC*, dont la base, *BC*, soit proportionnelle à la vîtesse initiale ou finale, & la perpendiculaire *AB*, à la somme des instans *i*, *i*, &c. la Percussion pourra

Fig. 7.

être représentée par ce triangle, & la Tendance, par un parallelograme *BCED*, de même baſe, & de même hauteur. C'eſt ainſi à peu près qu'un homme eſt auſſi épuiſé de Forces, pour avoir ſoutenu un poids pendant un certain temps, que pour l'avoir tranſporté ou lancé bien loin. Fig. 5.

49. La Percuſſion ſera encore comparable à la ſimple Tendance dans le choc des corps infiniment durs & infléxibles; par ce que leur colliſion eſt inſtantanée. Elle le ſera de même dans le choc des corps fléxibles, ſi l'on ne la conſidere que dans un de ſes inſtans, par exemple dans l'inſtant final; car alors, à proprement parler, on ne compare que la derniere ordonnée du triangle à une ordonnée du parallelograme ſur l'axe commun *AD*. Et c'eſt par là que les Formules du choc des corps élaſtiques, pour leurs vîteſſes après le choc, ſont les mêmes dans les deux hypotheſes, ſoit des Forces comme les ſimples vîteſſes, ſoit des Forces comme les quarrés des vîteſſes. C'eſt

ſans doute encore dans cette idée que le *P. Merſenne*, *le Cazre*, &c. & en dernier lieu deux Autheurs fameux par leurs expériences Phyſiques ont eſſayé de meſurer la Percuſſion par la chûte d'un corps contre le bras d'une balance, à l'autre bras de laquelle eſt ſuſpendu un poids en repos; c'eſt-à-dire, par analogie avec la ſimple Peſanteur. En quoi cependant il ſeroit difficile qu'ils euſſent rien trouvé d'éxact, tant à cauſe des frottemens auſquels cette expérience eſt ſujette, que parce que l'énergie du choc, ou ſon impreſſion ſur l'un des bras de la balance éxigent un temps fini, pendant lequel le poids en repos de l'autre bras recevra toûjours quelque Mouvement, en raiſon inverſe de ſa maſſe, quelque grande qu'elle ſoit par rapport au corps choquant. Car la plus petite Percuſſion doit vaincre la plus grande Puiſſance finie, qui lui réſiſte ſans Mouvement local; ainſi que l'avoit très-bien remarqué, & très-clairement expliqué le ſçavant *Borelli*, il y a plus de 50 ans, dans

ſon Traité de la Percuſſion. *C. 29. Pr. 90.*

50. Enfin la ſimple Tendance, & le Mouvement actuel peuvent être comparés dans leurs Compoſitions & leurs Décompoſitions, comme nous l'expliquerons bientôt, & en ce que l'analogie des Forces en équilibre, ou en action, eſt la même de part & d'autre. Je veux dire, par exemple, que ſi les trois Puiſſances, *X*, *Y*, *Z*, tirent ou pouſſent un même point *P*, qu'elles tiennent en repos par leur équilibre, & en vertu de leurs directions *XP*, *YP*, *ZP*, trois Mobiles qui ſe choquent ſelon les mêmes directions, doivent avoir la même analogie de Mouvemens entre eux, que celle de ces Puiſſances, pour demeurer en repos après le choc, s'ils ſont éxempts de reſſort, ou pour rejaillir avec les mêmes vîteſſes qu'avant le choc, s'ils ont du reſſort. *Fig. 8.*

51. Mais comment les loix de la ſimple Tendance au Mouvement ne ſeroient-elles pas les mêmes en géné-

ral, que celles du Mouvement actuel ? Toute Tendance, toute *follicitation* au Mouvement, la Pesanteur, les Attractions magnetiques, & électriques, ne sont-elles pas l'effet, ou ne peuvent-elles pas tout au moins être conçûës comme l'effet de quelque Mouvement ? Je dis plus, *l'Inertie* de la matiere, quelle qu'en soit la cause, cette résistance, plus ou moins grande, qu'elle apporte à être tirée du repos, & à recevoir un Mouvement fini, en raison de sa masse, ne peut-elle pas à la rigueur être conçûë comme l'effet de quelque Mouvement ? Du moins, & incontestablement doit-elle être conçûë comme une Force actuelle, qui agit par quelque Mécanisme qui nous est caché. Mais si c'est une Force, la *Masse*, dans le sens que nous l'employons en parlant du Mouvement, & de sa quantité, est elle-même une véritable Force, ou tient lieu d'une véritable Force. Car quand je dis qu'on a d'autant plus de peine à tirer un corps du repos, & à le faire mouvoir avec une certaine

certaine vîteſſe, qu'il a plus de Maſſe; quand j'ajoute que les poids des corps ſont comme leurs Maſſes, que leurs Forces ſont encore comme ces mêmes Maſſes multipliées par la vîteſſe, & toutes les autres propoſitions ſemblables, ou je n'attache aucune idée à ce que je dis, & au mot de Maſſe, ou j'y attache l'idée d'une Force capable de modifier celle qui eſt extérieurement appliquée au corps, pour le mouvoir, ou pour l'arrêter. Sans cela la Maſſe ne ſeroit pas plus capable de s'oppoſer à l'action de la Force extérieure, ou de concourir avec elle pour en augmenter l'effet, que le volume, ou la couleur, ou telle autre dénomination accidentelle des corps. En un mot, une Force ne peut être augmentée, modifiée, ou détruite, que par une autre Force, par un être ſemblable & de même nature qu'elle.

52. Cela poſé il eſt clair que ce que nous appellons communément la Force d'un corps en Mouvement, n'eſt pas une quantité ſimple ou li-

neaire, mais un véritable produit de deux facteurs analogues, un rectangle de deux Forces, ſçavoir, celle que nous exprimons par le mot de Maſſe, & que nous imaginons comme intrinſeque au Mobile, & celle que nous appellons plus particulierement Force, & qui eſt cenſée lui venir du dehors par le choc, & en vertu de quelque tranſport actuel, & viſible, eû égard aux corps qui l'environnent. Sur ce pied là, la ſimple Tendance, la Peſanteur, la Preſſion, & la *Force Morte*, toûjours relatives, ou à la ſeule Maſſe, ou au ſeul effort momentanée de quelque choc inviſible qui agit conſtamment, & qui eſt répété à chaque inſtant, ſeront encore au Mouvement local, & à la Percuſſion d'une durée finie, comme le zero ou l'infiniment petit au fini, ou comme la ligne à ſon produit par une autre ligne, ou à la ſurface. Sans préjudice à la comparaiſon qu'on en peut toûjours faire en un autre ſens, ſçavoir, en ne les conſiderant que dans quelque inſtant commun & indiviſi-

ble, comme dans le choc des corps infiniment durs. Ainſi que nous l'avons expliqué dans les Articles précédens.

53. On voit par là juſqu'où la diſtinction des Forces, en *Forces Mortes*, & en *Forces Vives* pourroit être utile, ſi l'on n'avoit attaché à ces dernieres une idée de quantité tout-à-fait différente, de celle que nous avons demontré devoir être aſſignée à toute Force Motrice. Mais après les diſputes qu'il y a eû ſur cette matiere, & la contrarieté de ſentimens qui les ont fait naître, ce ſeroit abuſer des termes que de ſe ſervir de celui de *Forces Vives*, pour ne dire que ce qu'on a fort bien dit juſqu'ici ſans cela, & pour exprimer toute autre choſe que ce que lui ont fait ſignifier ceux qui en ſont les Inventeurs. Ce ſeroit laiſſer croire qu'il ne s'agit dans toute cette diſpute que d'une Queſtion de Nom, tandis qu'elle roule ſur la choſe même, & nous contenter d'une conciliation apparente, au lieu de la conciliation réelle que nous y avons

cherchée inutilement, & qu'en effet nous n'y ſçaurions trouver.

## XI.

### *De la* Décompoſition *des Forces, & des viteſſes.*

54. On a prétendu encore tirer grand avantage pour les Forces Vives de la Décompoſition des Forces & du Mouvement dans le choc oblique des corps; parce qu'en effet, & en général, la ſomme des Décompoſitions ſe trouve plus grande, & ſouvent comme le quarré de la Force primitive décompoſée, ou de la viteſſe. C'eſt un point de recherche, qui peut ſans doute avoir ſes difficultés, & qui par lui-même eſt très-digne de l'attention des Sçavans; mais on va voir, par le peu que nous en dirons ici, qu'il n'influe en rien contre l'Eſtimation ordinaire des Forces & du Mouvement.

55. Premierement on ſçait que la

Compoſition ou le produit de pluſieurs Facteurs differe en quantité de leur ſomme, ou de la ſimple Addition. Ainſi les nombres 1, 2, 3, 4, en qualité de Facteurs produiſent 24, & leur ſomme n'eſt que 10, tandis que 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, en qualité de Facteurs ne produiſent que $\frac{1}{24}$, & que leur ſomme eſt $\frac{50}{24}$. Où eſt donc la contradiction, qu'une Force quelconque étant conſiderée dans le Mouvement total du corps où elle réſide, comme produit, ne ſoit pas la même que ce qu'on la trouve dans la ſomme de ſes Facteurs, quand elle vient à être décompoſée?

56. Secondement la Compoſition, & la Décompoſition des Forces qu'on appelle *Mortes* ou des ſimples Tendances, ne differe point en cela de la Compoſition, & de la Décompoſition du Mouvement actuel, comme nous l'avons déja remarqué dans l'Article des *Forces Mortes* (N°. 50.). Cette conſideration eſt une des premieres qui m'a fait ſuſpendre mon jugement ſur les *Forces Vives*; malgré *Fig. 6. & 9.*

les ſçavans hommes que je voyois ſe déclarer pour elles ; & il en a été fait mention dans l'Hiſtoire de l'Académie de 1721 *. Je remarquai dès-lors qu'il en étoit de même de pluſieurs points ou nœuds d'une corde tirés à la fois par pluſieurs Puiſſances auxquelles une ſeule fait équilibre, que de pluſieurs reſſorts bandés ſucceſſivement par un ſeul Mobile. Car ſoit la corde *ANOEQ* tirée par 5 Puiſſances en équilibre, *A*, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, par les points ou nœuds *N*, *O*, *E*. Il eſt évident que chacune de ces Puiſſances en particulier ſoutient l'effort de toutes les autres, quelles que ſoient leurs valeurs, & leur ſomme. Ainſi par le moyen des directions ſelon leſquelles on les fait agir, il eſt poſſible, & par des Regles très-connuës, de trouver une de ces Puiſſances, *A*, par exemple, qui vaille 2, & qui faſſe équilibre aux 4 autres, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, dont la valeur en particulier ſoit 1, & la ſomme 4. Ce qui revient au Cas des 4 reſſorts ci-deſſus (N°. 42.), que le Mobile *A*

* pag. 85.

bande ſucceſſivement par un Mouvement oblique, ſurmontant par là avec 2 degrés de Force ou de vîteſſe 4 obſtacles, *R*, *E*, *S*, *T*, qui pourroient chacun en particulier conſumer toute la Force d'un Mobile de même maſſe, qui n'en auroit qu'un degré. Car la corde tenduë, ou ſes parties, *AN*, *NO*, *OE*, *EQ*, doivent avoir les mêmes directions entre elles, ou faire les mêmes angles que les chemins que ſuit le Mobile *A*, pour bander les reſſorts, *R*, *E*, *S*, *T*; & les directions *NX*, *OY*, *EZ*, *EQ*, des puiſſances, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, par rapport aux portions de la corde, *NO*, *OE*, *EQ*, *EZ* auxquelles elles ſont perpendiculaires, repondent encore à la direction ſelon laquelle ſe doit meſurer l'effort du Mobile *A*, contre les reſſorts, *R*, *E*, *S*, *T*. Donc on n'eſt pas plus fondé à conclure que le Mobile *A* avoit 4 degrés de Force, de ce qu'il a bandé ces 4 reſſorts, qu'à dire que la Puiſſance *A* a 4 degrés de Force, de ce qu'elle fait équilibre à 4 autres Puiſſances dont la

ſomme vaut 4 degrés de Force. Et il ne faut pas objecter que la Puiſſance *A* ne fait proprement équilibre qu'à deux, *X*, *O*, ou plûtôt aux trois *X*, *Y*, *E*, les deux dernieres des trois, *Y*, *E*, réuniſſant leur effort au point *O*, comme les deux dernieres des quatre, *Z*, *Q*, réuniſſent le leur au point *E*; car je répondrai auſſi que dans chaque inſtant du choc, & du bandement des reſſorts, le Mobile *A* ne fait que des efforts proportionnels à ſa Force & à ſa viteſſe actuelles, & que les trois premiers *R*, *E*, *S*, étant bandés au premier temps de la durée de ſon action, le dernier ne l'eſt qu'au ſecond temps, ainſi qu'il a été expliqué dans cet endroit du Memoire.

57. J'avouë cependant que pour bien entrer dans l'eſprit des *Forces Vives*, il faudra remarquer ici une différence, qui eſt, que dans le cas du Mouvement actuel, & des 4 reſſorts, la valeur 1, de la Force de chaque reſſort, ou de chacun des obſtacles ſurmontés, doit être conſiderée

comme

comme un quarré, ou 1². Au lieu que dans le cas de la ſimple Tendance, ce n'eſt que 1 lineaire pour chacune des puiſſances $X$, $Y$, $Z$, &c. D'où il arrive, comme nous le dirons plus bas, que d'autres valeurs aſſignées à la puiſſance $A$, donneroient la ſomme des $X$, $Y$, $Z$, &c. en raiſon double ſimplement avec elle, & non pas comme ſon quarré. Mais cette différence ne nous importe en rien pour la conſéquence que nous avons prétendu tirer de la comparaiſon des deux cas. Il ſuffit que les Décompoſitions quelconques d'une Force la ſurpaſſent, & donnent une ſomme plus grande que leur produit conſideré dans la Force même, dans un cas où inconteſtablement les *Forces Vives* n'ont point lieu, pour infirmer tout ce qu'on en veut déduire en faveur des *Forces Vives*.

58. Troiſiémement la circonſtance des temps ſe mêle encore ici, & fournit le dénoüement des principales difficultés qui s'y rencontrent. Elle entre viſiblement dans les Décompo-

sitions successives, ou plûtôt ces Décompositions, & les effets du choc ne sont qu'une seule & même chose (N°. 42). Et à l'égard de celles qui se font à la fois, ou en un temps infiniment petit, en vertu d'un ressort infiniment prompt, la distinction des temps y entre encore par rapport au centre commun de Gravité des Mobiles, & au transport de matiere qui en résulte de même part. Car supposons la boule $X$, qui soit un ressort parfait, mûe selon la direction $XR$, avec une vîtesse qui lui fasse parcourir en une seconde de temps le chemin $xR$, ou la Diagonale d'un parallelograme $xERF$. Supposons de plus que la boule $X$ étant parvenuë en $x$, y rencontre deux autres boules semblables, $y$, $z$, selon les directions $xE$, $xF$, des côtés du parallelograme, qui comprennent l'angle $Exf$. Pour plus de simplicité, imaginons que cet angle est droit, & que le parallelograme $xERF$ se réduit à un quarré. On sçait qu'en ce cas la boule $X$ s'arrêtera en $x$, & que son Mou-

Fig. 10.

vement $x R$ se trouvera décomposé en ces deux ci $x E$, $x F$, tels que chacune des boules $y$, $z$, parviendra en une seconde de temps à l'extrêmité, $E$, ou $F$, du côté du parallelograme, c'est-à-dire, à la ligne $EKF$, par rapport au transport de $x$ vers $R$, ou à la direction primitive; ce qui donne leur centre commun en $K$. Mais dans un temps semblable la boule $X$ seroit parvenuë en $R$, & auroit fait le chemin $x R = 2 x K$, ou; ce qui est la même chose, il faudroit deux secondes de temps aux boules $y$, $z$, pour faire un pareil chemin vers $G R H$. Donc la loi des Mouvemens simples est encore ici gardée à cet égard, & il faut deux fois autant de temps à une même Force primitive pour transporter de même part deux masses égales, que pour en transporter une seule.

59. Enfin je prends garde que ce ne sont pas seulement les Forces, qui dans leur Décomposition se trouvent faire une somme plus grande que la primitive, & quelquefois en raison

du quarré des vîteſſes : les vîteſſes elles-mêmes ſont dans ce cas. Car je puis, faiſant abſtraction de tout autre objet, imaginer que la vîteſſe primitive exprimée par $xR$, eſt décompoſée en ces deux, $xE$, $xF$, qui expriment celles des boules $y$, $z$, & dire par conſéquent, que la vîteſſe avant le choc étant comme $xR$, ou $\sqrt{xR^2}$ ou $\gamma\, 1 - 1$, eſt devenuë après le choc comme $xE + xF$, ou $2\sqrt{\frac{xR^2}{2}}$, ou $2\gamma\frac{1}{2} > 1$. De même ſi dans l'Article ou N°. 42. & à la place des 4 reſſorts $R$, $E$, $S$, $T$, & dans les mêmes circonſtances je mets 4 boules, $R$, $E$, $S$, $T$, égales à la boule $A$ qui les vient frapper en $a$, $b$, $c$, $d$, ſous des directions $Aa$, $ab$, $bc$, $cd$, telles que la meſure du choc $ae$, $bf$, $cg$, $cd$, ſoit toûjours égale à $\frac{1}{2}Aa$, elles iront toutes quatre après le choc avec 1 degré de vîteſſe chacune, exprimé par les chemins $RG = ae = \frac{1}{2}Aa$, $EH = bf = ae$, $SI = cg = bf$, & $TK = cd = cg$. Faudra-t-il conclu-

Fig. 11.

de de là qu'il y avoit dans la Nature 4 degrés de vîteſſe avant le choc, qu'ils étoient cachés dans la vîteſſe de la boule *A*, & qu'ils n'ont fait que ſe developper, & ſe manifeſter par le choc ? Non ſans doute ; car la boule *A* unique ſujet du Mouvement avant le choc, n'avoit par hypotheſe, que 2 degrés de vîteſſe. Je vois bien qu'on dira que ce ne ſont point 4 degrés de vîteſſe après le choc, mais ſeulement 4 vîteſſes en des maſſes différentes. Mais je réponds de même, que les Forces décompoſées après le choc, ne ſont pas 4 degrés de Force, comme ç'en étoit 2 avant le choc, mais 4 Forces priſes ſéparément, & qui réſident en 4 maſſes différentes. Et ſi l'on inſiſte ſur ce que la vîteſſe n'eſt à proprement parler, que l'effet ou l'indice de la Force, ou ſi l'on veut, la Force elle-même vûë ſous un aſpect différent ; je demande pourquoi cet effet, cet indice de la Force, ou la Force elle-même exprimée par la vîteſſe, ne ſe trouve-t-elle ici primitivement que comme la racine de ſes

Décompositions en même genre, elle qu'on veut qui soit comme le quarré, ou comme ces Décompositions, quand on la considère sous un autre aspect, & plus particulierement comme Force ? Mais ce qui leve entierement la difficulté, & dont nous avons déja touché quelque chose (N°. 57.) en parlant des simples Tendances, c'est que la vîtesse *Aa*, par exemple, ne donne dans ses Décompositions *RG*, *EH*, &c. une somme égale à son quarré, que dans le cas où l'hypotenuse *Aa*, du triangle *Aea*, est double de la perpendiculaire *ae*, & où ce rapport est exprimé par les nombres 2 & 1 ; à cause de la proprieté accidentelle du nombre 2, dont le double 4 est égal à son quarré, & de celle de l'unité, qui est toûjours 1 à toutes ses puissances. Car si l'on prend, par exemple, 1 & $\frac{1}{2}$, 4 & 2 à leur place, on trouvera que les vîtesses décomposées font une somme double, par rapport à la primitive. D'où il est clair, que l'expression des Forces & des vîtesses dans ce cas, en

tant que ramenée en preuve pour les *Forces Vives*, n'eſt pas identique, & que cependant la comparaiſon que nous venons d'en faire, n'en eſt pas moins juſte par rapport à notre but. Puiſque s'il faut conclure qu'une Force étoit primitivement comme le quarré de ſa vîteſſe, de ce que la ſomme de ſes Décompoſitions en des temps quelconques, eſt proportionnelle à ce quarré, il n'en faudra pas moins dire, dans un cas tout ſemblable, que la vîteſſe primitive, qui, par hypotheſe, a une certaine valeur, doit pourtant être meſurée par une valeur double, à cauſe que ſes Décompoſitions la donnent telle. Ce qui eſt également abſurde.

## XII.

### *Concluſion, & Recapitulation de cet Ouvrage.*

60. Il réſulte donc de toutes nos remarques, que la Force Motrice des

corps n'eſt jamais en elle-même, ni dans ſes effets en général que proportionnelle à la ſimple vîteſſe ; c'eſt-à-dire, aux eſpaces parcourus diviſés par le temps, commune meſure de l'action de toute Force Motrice, & de ſa quantité. * Et que ſi quelques-uns de ſes effets, tels que les eſpaces parcourus dans le Mouvement accéléré ou retardé, les parties de matiere déplacées, ou les reſſorts applatis par le choc & la colliſion mutuelle des corps, paroiſſent la donner * comme les quarrés de la vîteſſe, ce n'eſt que parce que dans tous ces cas, la Force qui agit à chaque temps en raiſon de la vîteſſe actuelle, ſelon la Loi générale des Mouvemens, agit auſſi d'autant plus de temps qu'elle eſt plus grande, ſelon la Loi particuliere des Mouvemens retardés. * Ainſi les effets d'une Force double par rapport à une autre, ne ſont jamais quadruples, que parce que la durée de ſon action, dans la production de ſes effets eſt double par rapport à la durée de l'action de cette autre. * Et la du-

N°. 3. 7. 14. 17. 22. &c. 46.

N°. 11. 12. 23.

* 26.

* 28. 29.

rée de ſon action n'eſt double, que parce que le Mobile ſéjourne la moitié moins de temps ſur chacun des obſtacles ſemblables qui lui réſiſtent ; * & cela encore par le principe, que toute réſiſtance diminuë d'autant moins la Force qui s'exerce contre elle, qu'elle lui eſt appliquée moins de temps. * Car toute Force, * & tout Mouvement, conſiderés ſeuls & en eux-mêmes, devroient durer toûjours, & produire par là des effets ſans fin, un eſpace parcouru infini ; * c'eſt leur nature. Il faut donc * des impulſions ou des Forces contraires pour les détruire, & ils doivent durer d'autant plus, ou être détruits d'autant plus tard par ces Forces contraires, qu'ils ſont plus grands par rapport à elles, & plus loin en ce ſens du terme oppoſé, l'*Inertie*, * & * le repos ; ce qui n'eſt pas moins encore de leur nature. Les effets quadruples en un temps double ne ſont donc qu'indiquer & manifeſter une Force double, & il faudroit qu'ils fuſſent octuples, ou comme le cube

*30. *32. *33. *37.

de la vîteſſe, pour indiquer une Force quadruple, ou comme le quarré
* 35. de la vîteſſe. * C'eſt là la Loi & la véritable meſure des Forces, tirée de leurs effets mêmes, en tant qu'elles ſe ſoutiennent, & qu'elles perſéverent dans leur action. Leur meſure en tant qu'elles s'y conſument, & qu'elles périſſent, ne nous en donnenera pas une évaluation différente.
* 36. 38. 40. * La ſomme des eſpaces non parcourus, des parties de matiere non déplacées, des reſſorts non bandés, & qui l'auroient été, ſi la Force n'eût point diminué & péri, en un mot tous les effets analogues à ſes pertes, à ſes valeurs négatives & ſucceſſivement retranchées, & par conſéquent proportionnels à elle-même, le ſont
* 43. 44. 45. à la ſimple vîteſſe. * Quant à la diſtinction des *Forces Mortes* & des *Forces Vives*, ou, ſelon nous, de la ſimple Tendance, & du Mouvement actuel, nous avons montré juſqu'où
* 47. 52. 53. elle étoit recevable; * en quoi ces deux ſortes de Forces bien entenduës différoient entre elles, & en quoi

elles étoient de même genre, ſans qu'on en pût rien conclure de favorable à l'opinion nouvelle. * Enfin la Décompoſition des Forces & des Mouvemens, qui garde toûjours la même analogie, & les mêmes rapports que la Décompoſition des ſimples Tendances, & des vîteſſes, * ne nous permet plus de douter que la Nature ne ſoit parfaitement uniforme ſur cet article, comme elle l'eſt preſque toûjours dans la partie eſſentielle de ſes Phénomenes.

* 48. 49. 50. 51.

* 54. &c. 59.

FIN.

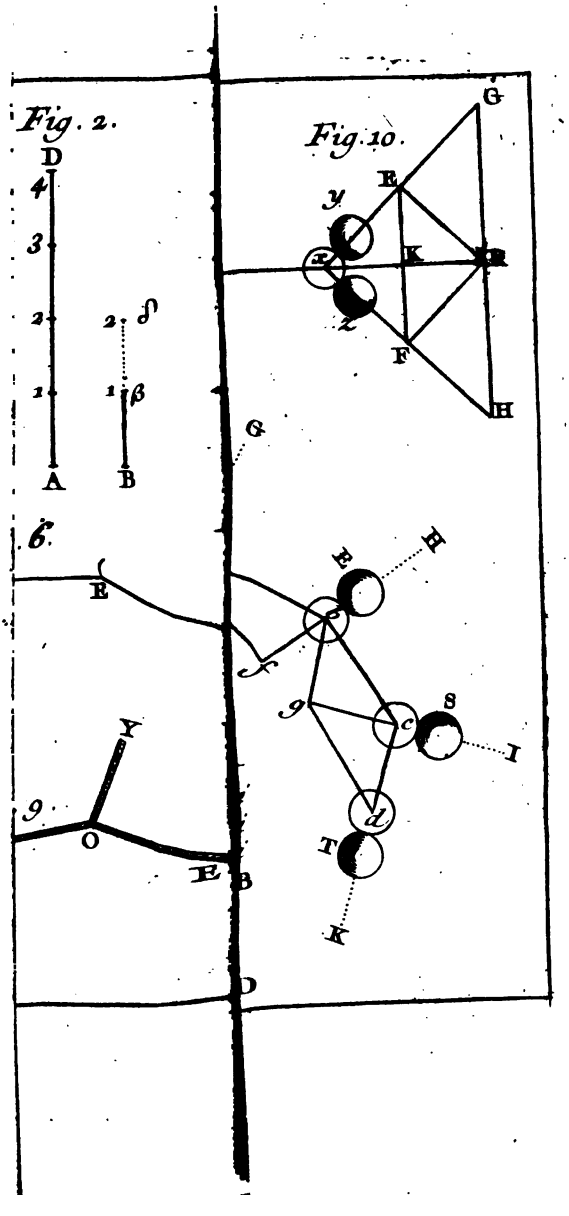
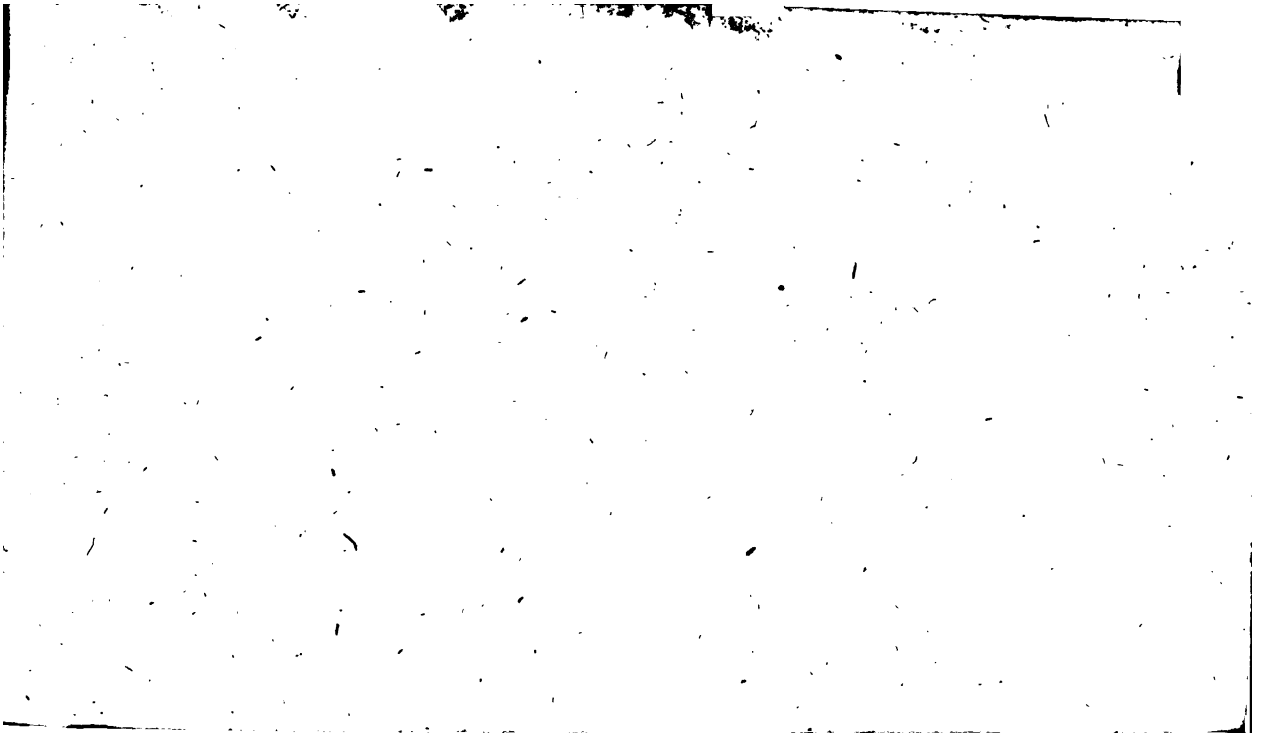


Fig. 2.
D
4
3
2
1
A
2
1
δ
β
B
Fig. 10.
G
E
y
x
K
z
F
H
G
6.
E
H
9
c
S
I
Y
9
O
E
B
d
T
K
D